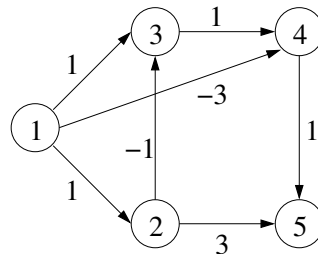


**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2025/26)****Nome:****Cognome:****Matricola:**1) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$\begin{array}{rclcl}
\max & -3x_1 & + & 3x_2 & \\
& & & 2x_2 & \leq 6 \\
& -x_1 & & & \leq 0 \\
& -x_1 & - & x_2 & \leq -2 \\
& x_1 & + & 2x_2 & \leq 1
\end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante  $k$ , il vettore  $\eta_B$ , il passo  $\bar{\theta}$  e l'indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si indichi quindi se la soluzione ottima duale individuata dall'algoritmo continuerebbe a essere ottima nel caso in cui il termine noto del secondo vincolo valesse -4 invece di 0, giustificando la risposta.

2) Si determini un albero dei cammini minimi di radice  $r = 1$  sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e motivando la scelta effettuata. Per ciascuna iterazione si riportino il nodo  $i$  selezionato, il vettore delle etichette e il vettore dei predecessori. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Nel caso in cui il costo dell'arco  $(1, 4)$  fosse un parametro reale  $\alpha$ , si discuta quindi per quali valori di  $\alpha$  l'albero individuato continuerebbe a essere un albero dei cammini minimi di radice 1.



3) Un'azienda che opera nell'ambito della logistica decide di aprire al più  $m$  magazzini per servire i suoi  $n$  punti vendita. L'azienda deve stabilire anche la capacità di ogni magazzino aperto, che può essere scelta nell'insieme  $\{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ . Il costo  $f_{jh}$  di attivazione del magazzino  $j$  dipende dalla capacità  $u_h$  scelta,  $j = 1, \dots, m$ ,  $h = 1, 2, \dots, k$ .

E' nota la domanda  $d_i$  del punto vendita  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , come pure il costo di assegnamento  $c_{ij}$  del punto vendita  $i$  al magazzino  $j$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Si formuli in termini di *PLI* il problema di stabilire quali magazzini aprire, e le relative capacità, e di assegnare ogni punto vendita a esattamente un magazzino aperto, rispettando le capacità dei magazzini, con l'obiettivo di minimizzare il costo totale, dato dal costo di attivazione dei magazzini e dal costo di assegnamento dei punti vendita ai magazzini.