

## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2025/26)

Nome:

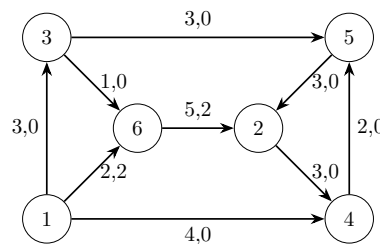
Cognome:

Matricola:

- 1) Si consideri il problema di *PL* riportato a lato, parametrico in  $\varepsilon$ : *i*) si individuino l'insieme di tutti i valori di  $\varepsilon$  per cui la base  $B = \{3, 4\}$  è ottima; *ii*) si risolva il problema dato, a partire dalla base  $B = \{3, 4\}$ , per  $\varepsilon = 2$ , utilizzando l'algoritmo del Simplex appropriato; in caso di ottimo finito, si discuta l'unicità della soluzione ottima primale e della soluzione ottima duale determinate dall'algoritmo. Giustificare algebricamente le risposte date.

$$\begin{array}{rcl} \max & (1 - \varepsilon)x_1 & + x_2 \\ & x_1 & - x_2 \leq 0 \\ & -x_1 & - x_2 \leq 0 \\ & & x_2 \leq 2 \\ & x_1 & \leq \varepsilon \end{array}$$

- 2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 2 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso indicato, di valore 2. Durante la ricerca di un cammino aumentante si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio,  $(1, 2)$  è visitato prima di  $(1, 3)$ ). Per ogni iterazione si riportino l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio. Si discuta, infine, quale sarebbe il valore del flusso massimo nel caso in cui la capacità dell'arco  $(6, 2)$  fosse un parametro reale  $\alpha > 0$ .



- 3) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{array}{rcl} \max & 10x_1 & +11x_2 & +14x_3 & +26x_4 & +5x_5 \\ & x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +7x_4 & +2x_5 \leq 9 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 \in \{0, 1\} \end{array}$$

mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, e visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first (tra i figli di uno stesso nodo, si visiti per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 0). Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Al termine, si proponga un piano di taglio di tipo *cover* per il problema dato.