

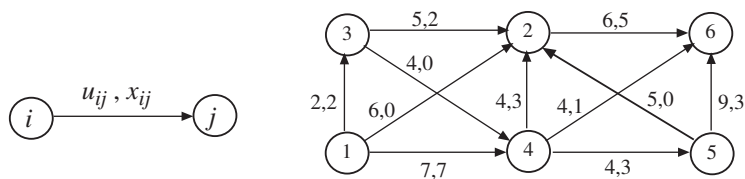
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2024/25)**Nome:****Cognome:****Matricola:**1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{array}{rcllcl}
\max & 2x_1 & - & 8x_2 & & \\
& x_1 & - & x_2 & \leq & -2 \\
& x_1 & & & \leq & 4 \\
& & & x_2 & \leq & 6 \\
& -2x_1 & + & x_2 & \leq & -1 \\
& -x_1 & + & x_2 & \leq & 2
\end{array}$$

per via algebrica mediante l'algoritmo del Simpleso Primale, a partire dalla base $B = \{2, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l'indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica. Si determini inoltre l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare tutte le risposte.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato, di valore $v = 9$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Per ogni iterazione si specifichi l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità.

Si discuta infine quale sarebbe la minima capacità dei tagli che separano la sorgente dal pozzo nel caso in cui l'arco $(2,6)$ avesse capacità $u_{26} = 5$. Giustificare tutte le risposte.



3) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{array}{rcllcl}
\max & 3x_1 & +x_2 & +6x_3 & +8x_4 & +10x_5 \\
& 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & +2x_4 & +2x_5 & \leq & 5 \\
& x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0,1\}
\end{array}$$

mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, e visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first (tra i figli di uno stesso nodo, si visiti per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1). Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.