

## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2024/25)

Nome:

Cognome:

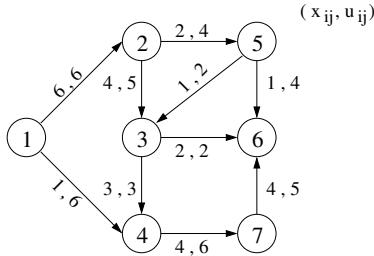
Matricola:

- 1) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$\begin{array}{llll} \max & -3x_1 & + & 3x_2 \\ & 2x_2 & \leq & 4 \\ & -x_1 & \leq & 0 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq -2 \\ & x_1 & + & 2x_2 \leq 1 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simplex Duale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante  $k$ , il vettore  $\eta_B$ , il passo  $\bar{\theta}$  e l'indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si indichi quindi se la soluzione ottima primale individuata continuerebbe a essere ottima nel caso in cui il costo della variabile  $x_1$  valesse +3 invece di -3, giustificando la risposta.

- 2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso indicato, di valore  $v = 7$ . Per ogni iterazione si riportino l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio. Alla fine, si discuta quale sarebbe il valore di flusso massimo nel caso in cui sia il nodo 1 che il nodo 7 fossero sorgenti di flusso (il nodo 6 continuerebbe a essere l'unico nodo destinazione, come nello scenario precedente), motivando la risposta.



- 3) L'azienda *Online-Fashion* deve organizzare la spedizione di merce dal proprio deposito centrale verso i clienti che hanno effettuato ordini online. Sia  $G = (N, A)$  il grafo orientato che descrive la rete dei collegamenti utilizzabili per la spedizione. Il deposito centrale è localizzato nel nodo 1, mentre i siti cliente corrispondono ai rimanenti  $n - 1$  nodi della rete, con  $|N| = n$ . Sia  $d_i$  il numero di pacchi richiesti dal cliente  $i$ ,  $i = 2, \dots, n$ . Sia inoltre  $u_{ij}$  la massima quantità di pacchi inviabili lungo il collegamento  $(i, j) \in A$ . I manager dell'azienda decidono di effettuare la spedizione utilizzando al più  $K$  collegamenti, con  $K$  parametro derivante da un'analisi dei dati dell'azienda, e indicano la propria preferenza riguardo i collegamenti da utilizzare per la spedizione. Specificatamente,  $p_{ij}$  denota la preferenza derivante dall'utilizzo del collegamento  $(i, j)$ .

Si formuli in termini di *PL* il problema di decidere quale sottoinsieme di al più  $K$  collegamenti utilizzare per effettuare la spedizione dal deposito centrale, e come organizzare la spedizione, in modo tale da soddisfare le richieste dei clienti e rispettare i vincoli di capacità associati ai collegamenti, con l'obiettivo di massimizzare la preferenza totale derivante dai collegamenti utilizzati (la preferenza totale è la somma delle preferenze associate ai singoli collegamenti utilizzati).