

# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2024/25)

Nome:

Cognome:

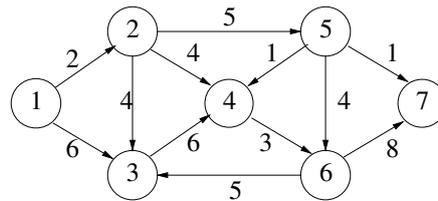
Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & 2x_1 & + & 6x_2 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\
 & -x_1 & & & \leq & 0 \\
 & 4x_1 & + & x_2 & \leq & 10 \\
 & & & -x_2 & \leq & 3
 \end{array}$$

Utilizzando il Lemma di Farkas, si verifichi se la soluzione  $\bar{x} = (0, 5)$  sia ottima. In caso negativo, si determini una direzione ammissibile di crescita per  $\bar{x}$ . Giustificare le risposte.

2) Data la rete in figura, si individui un taglio di capacità minima che separa il nodo 1 dal nodo 7. Si specifichi l'algoritmo utilizzato per tale individuazione, giustificando la scelta effettuata (nota: non è consentita un'enumerazione esaustiva dei tagli del grafo al fine di individuarne uno di minima capacità). Si descriva inoltre, in modo dettagliato, ogni iterazione dell'algoritmo utilizzato.



3) Sia  $G = (N, A)$  il grafo orientato che descrive la rete logistica dell'azienda SENDLOG. Attraverso tale rete, l'azienda vuole inviare una certa tipologia di prodotto al nodo  $t \in N$ , dove è situato un cliente. A tale fine, SENDLOG decide di aprire alcuni magazzini, e di inviare il prodotto da tali magazzini verso il nodo cliente. Sia  $C \subset N \setminus \{t\}$  il sottoinsieme di nodi della rete candidati per l'apertura di un magazzino, e sia  $b_i$  il massimo numero di unità di prodotto che il magazzino in  $i$ , se aperto, è in grado di inviare al nodo  $t$ , per ogni  $i \in C$ . Sia inoltre  $u_{ij}$  il massimo numero di unità di prodotto inviabili lungo l'arco  $(i, j) \in A$ .

Per contenere i costi di investimento, SENDLOG decide di aprire magazzini in non più di metà dei nodi candidati (cioè nodi appartenenti all'insieme  $C$ ). Si formuli in termini di *PLI* il problema di decidere in quali nodi in  $C$  aprire un magazzino, rispettando il vincolo di cardinalità sopra indicato, e quante unità di prodotto inviare dai magazzini aperti al nodo  $t$  lungo la rete, tenendo conto delle capacità degli archi di  $G$ , in modo tale da massimizzare il numero di unità di prodotto inviate al nodo  $t$ .