

## Esercitazione Compitino

[Ex. 1] Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con il termine  $a^\times$ , la cui semantica operativa è definita dalle regole

$$\frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow n} \quad \frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n \quad \langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow m}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow \underline{n \times m}}$$

1. Provare la terminazione.
2. Provare che  $\forall \sigma, n. P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n)$ , dove

$$P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n) \stackrel{\text{def}}{=} n = 1$$

[Ex. 2] Definiamo  $w$  come il comando:

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{while} \ x \times x = y \ \mathbf{do} \ (x := x \times x ; y := x \times y)$$

Trovare le memorie  $S$  tali che  $\forall \sigma \in S. \langle w, \sigma \rangle \not\rightarrow$ .

[Ex. 3] Sia  $(D, \preceq)$  un CPO con bottom tale che  $D = \mathbb{N} \cup \{\infty_1, \infty_2\}$  e  $\preceq \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \leq$ ,  $\infty_2$  è l'elemento top e  $x \preceq \infty_1$  sse  $x \neq \infty_2$ .

1. Consideriamo la funzione  $succ : D \rightarrow D$  tale che  $\forall n \in \mathbb{N}. succ(n) = n+1$  e  $succ(\infty_1) = succ(\infty_2) = \infty_2$ .  
Provare che la funzione  $succ$  è monotona e continua.
2. [Opzionale] Sia  $\{d_i\}_{i \in \mathbb{N}}$  una catena.  
Provare che se  $\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} d_i = \infty_2$  allora la catena è finita.