

Linguaggi di programmazione 2022/23

Esame – 6 Giugno, 2023

[Ex. 1]

Estendere la sintassi delle espressioni aritmetiche con il termine $a^\times$, la cui semantica operativa è definita come segue

$$\frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow n} \quad \frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n \quad \langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow m}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow n \times m}$$

1. Dimostrare o confutare che la semantica operativa termina.
2. Dimostrare che $\forall \sigma, n. P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n)$, dove $P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n) \stackrel{\text{def}}{=} n = 1$

[Ex. 2]

Consideriamo il termine HOFL

$$t \stackrel{\text{def}}{=} \text{rec } f. \lambda x. \text{if } x \text{ then } f \ x \text{ else } f \ 0$$

1. Trovare il tipo principale t .
2. Calcolare la semantica operativa di t 0, se esiste.
3. Calcolare la semantica denotazionale di t , se esiste.

[Ex. 3]

Considerare i seguenti processi CCS

$$p \stackrel{\text{def}}{=} \text{rec } x. \tau.(x \mid \beta.\text{nil}) \quad q \stackrel{\text{def}}{=} \text{rec } y. (\tau.\beta.y + \tau.y)$$

1. Disegnare (almeno in parte) le LTS dei processi p e q assumendo le leggi usuali $r|\text{nil} = r$ and $(r|s)|t = r|(s|t)$.
2. Dire (e dimostrare) se p e q sono fortemente bisimili.
3. Dire (e dimostrare) se p e q sono debolmente bisimili.

[Ex. 4]

Sia $(D, \preceq)$ un CPO con bottom tale che $D = \mathbb{N} \cup \{\infty_1, \infty_2\}$ e $\preceq \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \leq$, ∞_2 è l'elemento top e $x \preceq \infty_1$ se e solo se $x \neq \infty_2$.

1. Consideriamo la funzione $\text{succ} : D \rightarrow D$ tale che $\forall n \in \mathbb{N}. \text{succ}(n) = n+1$ e $\text{succ}(\infty_1) = \text{succ}(\infty_2) = \infty_2$.
Dire (e dimostrare) se la funzione succ è monotona e continua.
2. Sia $\{d_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ una catena.
Provare che se $\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} d_i = \infty_2$ allora la catena è finita.

Linguaggi di Programmazione 2022/2023

Secondo compito – 25 Maggio

[Ex. 1] Consideriamo il seguente termine HOFL

$$t \stackrel{\text{def}}{=} \text{rec } f. \lambda x. \lambda y. \text{if } (x \times y) \text{ then } 0 \text{ else } ((f (y \times y)) 1)$$

1. Trovare il tipo principale di t .
2. Calcolare la semantica operativa del termine $((t (1 \times 1)) 1)$, se esiste.
3. Calcolare la semantica denotazionale del termine t .

[Ex. 2] Consideriamo i processi ricorsivi

$$\begin{array}{ll} A \stackrel{\text{def}}{=} \alpha.A + \gamma.B & B \stackrel{\text{def}}{=} \gamma.A + \beta.B \\ C \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\gamma}.C + \bar{\alpha}.\text{nil} & \\ P \stackrel{\text{def}}{=} (A|C) \backslash \gamma \backslash \alpha & Q \stackrel{\text{def}}{=} \tau.Q + \tau.\text{nil} + \beta.Q \end{array}$$

1. Disegnare gli LTS dei processi P e Q .
2. Dire se P e Q sono fortemente bisimili e dimostrare la risposta.
3. Dire se P e Q sono debolmente bisimili e dimostrare la risposta.

[Ex. 3] A *simulation relation* is a relation S such that if $p S q$ then

$$p \xrightarrow{\mu} p' \text{ implies } \exists q'. q \xrightarrow{\mu} q' \text{ with } p' S q'$$

1. Prove that the union $S_1 \cup S_2$ and the composition $S_1 \circ S_2$ of two simulations S_1 and S_2 are simulations, where

$$S_1 \circ S_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{ (p, q) \mid \exists r. p S_1 r \wedge r S_2 q \}$$

2. Let us write $p \lesssim q$ if there exists a simulation S such that $p S q$. Given the CCS process $p \stackrel{\text{def}}{=} \alpha.\beta.\text{nil} + \alpha.\text{nil}$ define a CCS process q such that $p \lesssim q$, $q \lesssim p$ and $p \not\approx q$ (where $\approx$ denotes bisimilarity).