

# RICERCA OPERATIVA - LM in Ingegneria Gestionale (a.a. 2025/26)

Nome:

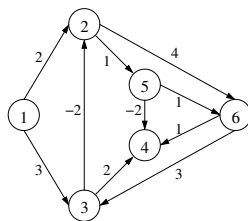
Cognome:

Matricola:

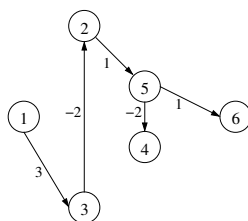
1) La compagnia *VeneziaLinda* si occupa della raccolta dei rifiuti prodotti nei sei sestieri di Venezia, utilizzando una flotta di  $K$  vaporetto cargo identici, ciascuno dotato di capacità  $Q$ . La rete dei collegamenti è rappresentata da un grafo orientato completo  $G = (N, A)$ , con  $N = \{0, 1, \dots, 6\}$  e  $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ . E' noto il tempo di percorrenza  $t_{ij}$  associato a ogni arco  $(i, j) \in A$ .

Giornalmente, ogni vaporetto parte dal deposito centrale e rientra al deposito centrale, situato sull'isola della Giudecca e rappresentato nel grafo dal nodo 0. Ogni sestiere  $i \in \{1, \dots, 6\}$  genera una quantità giornaliera di rifiuti pari a  $q_i$ , con  $q_i < Q$ . Pertanto, ciascun sestiere può essere servito mediante un'unica visita. Si assume che il servizio di raccolta presso un sestiere richieda un tempo trascurabile. Si formuli in termini di modello *PLI* il problema di stabilire i percorsi giornalieri dei vaporetto in modo da soddisfare la domanda dei sei sestieri (ogni sestiere va visitato da un solo vaporetto, esattamente una volta), rispettando le capacità dei vaporetto. L'obiettivo è minimizzare il massimo tempo di completamento della raccolta di rifiuti da parte dei vaporetto, ossia il massimo tempo di servizio presso i sestieri, assumendo che ogni vaporetto parta dal nodo deposito al tempo 0. (*Suggerimento*: per formulare il problema, si utilizzino anche variabili di flusso, per rappresentare la quantità di rifiuti trasportata dai veicoli, e variabili temporali, per rappresentare il tempo di completamento del servizio ai nodi)

2) Si consideri il problema di determinare un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura. Si eseguano le prime quattro iterazioni (oltre al passo di inizializzazione) dell'algoritmo di Bellman, cioè dell'algoritmo SPT in cui l'insieme dei nodi candidati  $Q$  è implementato come una coda. Per ogni iterazione si riportino il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme  $Q$ , visitando gli archi della stella uscente di ogni nodo esaminato in ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio,  $(1,2)$  è visitato prima di  $(1,3)$ ).



2.1) Si consideri quindi l'albero sotto riportato e si verifichi se esso sia una soluzione ottima del problema dato, utilizzando le condizioni di ottimalità del problema dei cammini minimi.



Giustificare tutte le risposte.

3) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando MS1T (ovvero, determinando un 1-albero di copertura di costo minimo) come rilassamento e nessuna euristica. Per eseguire il branching, si selezioni un nodo con 3 archi incidenti nell'1-albero di copertura di costo minimo determinato (a parità di tale valore, quello con indice minimo), e si generino 3 figli fissando a zero la variabile corrispondente a uno di tali archi. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi  $Q$  come una coda. Per ogni nodo dell'albero si riporti la soluzione ottenuta dal rilassamento, con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi inoltre se, e come, viene effettuato il branching, o se il nodo viene chiuso e perché. Giustificare le risposte.

