

RICERCA OPERATIVA - LM in Ingegneria Gestionale (a.a. 2025/26)

Nome:

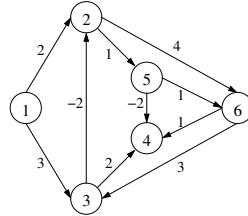
Cognome:

Matricola:

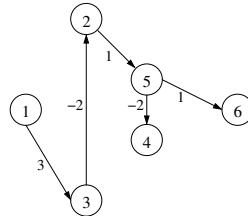
- 1) La compagnia *VeneziaLinda* si occupa della raccolta dei rifiuti prodotti nei sei sestieri di Venezia, utilizzando una flotta di K vaporetti cargo identici, ciascuno dotato di capacità Q . La rete dei collegamenti è rappresentata da un grafo orientato completo $G = (N, A)$, con $N = \{0, 1, \dots, 6\}$ e $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$. E' noto il tempo di percorrenza t_{ij} associato a ogni arco $(i, j) \in A$.

Giornalmente, ogni vaporetto parte dal deposito centrale e rientra al deposito centrale, situato sull'isola della Giudecca e rappresentato nel grafo dal nodo 0. Ogni sestiere $i \in \{1, \dots, 6\}$ genera una quantità giornaliera di rifiuti pari a q_i , con $q_i < Q$. Pertanto, ciascun sestiere può essere servito mediante un'unica visita. Si assume che il servizio di raccolta presso un sestiere richieda un tempo trascurabile. Si formuli in termini di modello *PLI* il problema di stabilire i percorsi giornalieri dei vaporetti in modo da soddisfare la domanda dei sei sestieri (ogni sestiere va visitato da un solo vaporetto, esattamente una volta), rispettando le capacità dei vaporetti. L'obiettivo è minimizzare il massimo tempo di completamento della raccolta di rifiuti da parte dei vaporetti, ossia il massimo tempo di servizio presso i sestieri, assumendo che ogni vaporetto parta dal nodo deposito al tempo 0. (*Suggerimento*: per formulare il problema, si utilizzino anche variabili di flusso, per rappresentare la quantità di rifiuti trasportata dai veicoli, e variabili temporali, per rappresentare il tempo di completamento del servizio ai nodi)

- 2) Si consideri il problema di determinare un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura. Si eseguano le prime quattro iterazioni (oltre al passo di inizializzazione) dell'algoritmo di Bellman, cioè dell'algoritmo SPT in cui l'insieme dei nodi candidati Q è implementato come una coda. Per ogni iterazione si riportino il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme Q , visitando gli archi della stella uscente di ogni nodo esaminato in ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)).



- 2.1) Si consideri quindi l'albero sotto riportato e si verifichi se esso sia una soluzione ottima del problema dato, utilizzando le condizioni di ottimalità del problema dei cammini minimi.



Giustificare tutte le risposte.

- 3) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando MS1T (ovvero, determinando un 1-albero di copertura di costo minimo) come rilassamento e nessuna euristica. Per eseguire il branching, si selezioni un nodo con 3 archi incidenti nell'1-albero di copertura di costo minimo determinato (a parità di tale valore, quello con indice minimo), e si generino 3 figli fissando a zero la variabile corrispondente a uno di tali archi. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi Q come una coda. Per ogni nodo dell'albero si riporti la soluzione ottenuta dal rilassamento, con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi inoltre se, e come, viene effettuato il branching, o se il nodo viene chiuso e perché. Giustificare le risposte.

