# Linguaggi di Programmazione

Roberta Gori

## Esercitazione #2

# Induzione strutturale,
# induzione sulle regole  e divergenza

**Ex.1** Completare la prova di terminazione delle espressioni booleane per induzione strutturale

$$b \ ::= \ v \ \mid \ a \ \mathsf{cmp} \ a \ \mid \ \neg b \ \mid \ b \ \mathsf{bop} \ b$$

$$P(b) \triangleq \forall \sigma. \ \exists u. \ \langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u$$

$[\mathbf{Ex.\ 2}]$ Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con l'operatore $a_0 \sqcap a_1$

la cui big-step semantica operazionale e' data dalla regola

$$\frac{\langle a_0, \sigma\rangle \longrightarrow n \quad \langle a_1, \sigma\rangle \longrightarrow n}{\langle a_0 \sqcap a_1, \sigma\rangle \longrightarrow n}$$

1. Provare la terminazione o esibire un contro-esempio

2. Provare il determinismo o esibire un contro-esempio

**[Ex. 3]** Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con l'operatore $a_0 \sqcup a_1$

la cui big-step semantica operazionale e' data dalla regola

$$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \longrightarrow n_0}{\langle a_0 \sqcup a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_0} \qquad \frac{\langle a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_1}{\langle a_0 \sqcup a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_1}$$

1. Provare la terminazione o esibire un contro-esempio
2. Provare il determinismo o esibire un contro-esempio

[**Ex. 4**] Consideriamo il comando

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \textbf{while } x > y \textbf{ do } (x := x + 1 \; ; \; y := y - 1)$$

Trovare l'insieme $S$ di memorie $\sigma$ tali che $\langle w, \sigma \rangle \not\to$ e provare che queste rispettano la condizione usando la regola di inferenza per la divergenza

$[\mathbf{Ex.\ \ 5}]$ Provare il determinismo dell'espressione booleana usando l'induzione sulle regole

$$P(\langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u) \triangleq \forall u'.\ \langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u' \Rightarrow u = u'$$

**[Ex. 6]** Sia b un'espressione booleana e un comando c. Considerate il comando

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \textbf{while } b \textbf{ do } c$$

Provare per induzione sulle regole

$$\forall \sigma, \sigma'.\ \langle w, \sigma \rangle \longrightarrow \sigma' \ \Rightarrow \langle b, \sigma' \rangle \longrightarrow \mathit{false}$$