

## Algoritmica 2

### Compitino: 30/11/2010

**ATTENZIONE: Scrivere nome, cognome, e numero di matricola sul foglio protocollo**

#### Esercizio 1

[punti 15]

Il teorema di Cook implica che ciascun problema decisionale della classe NP possa essere formulato come un'opportuna formula booleana da soddisfare (SAT).

Si consideri il seguente problema CLIQUE: dato un grafo non-orientato  $G=(V,E)$  e un intero  $k$ , stabilire se  $G$  contiene una clique di taglia  $k$ . Una clique è un sottoinsieme  $C$  di  $V$ , tale che ogni coppia di vertici  $u,v$  in  $C$  risulta collegata da un arco  $(u,v)$  in  $E$ .

1. Costruire un esempio di grafo  $G$  che contiene una clique di taglia  $k = 3$ .
2. Descrivere una formula booleana  $F$  che, costruita a partire da  $G$  e  $k$ , è soddisfacibile se e solo se  $G$  contiene una clique di taglia  $k$ . (Nota: in sostanza, si chiede di descrivere una trasformazione polinomiale da CLIQUE a SAT.)
3. Scrivere la formula  $F$  per il grafo  $G$  e l'intero  $k$  nell'esempio 1.

#### Esercizio 2

[punti 15]

Si consideri una memoria cache di dimensione  $k=4$ , inizialmente vuota, e la sequenza di richieste  $\sigma = \mathbf{RETEINTRANET}$ . Mostrare la sequenza di pagine eliminate dalla memoria applicando le tecniche:

- 1) LRU
- 2) OPT
- 3) MARKING
- 4) DG (Dynamic Access Graph) con  $\gamma=2$ ,  $\beta = 1.2$ ,  $\alpha=0.5$  e il grafo degli accessi **non orientato**.

#### Esercizio 3

[punti 3]

Dovendo andare a sciare all'Abetone uno studente si domanda se gli convenga comprarsi un paio di sci o affittarli direttamente sulle piste. Comprare gli sci costa  $n$  volte più che affittarli.

Ovviamente, comprarli sarà conveniente se andrà a sciare parecchie volte, cosa che a causa dello studio non può sapere a priori.

1. Definire un algoritmo  $k$ -competitivo per decidere l'acquisto o meno degli sci ad ogni nuova gita, con  $k=2-1/n$ .
2. Dimostrare che il valore di  $k$  è ottimo.