

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2018/19)

Nome:

Cognome:

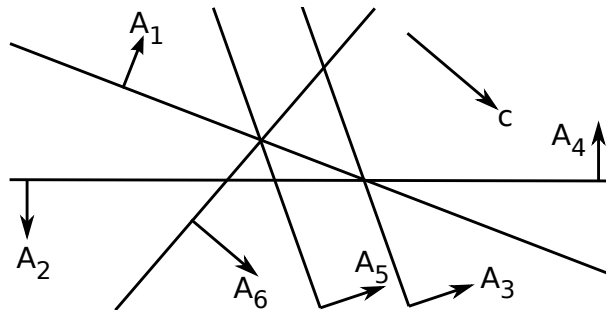
Matricola:

1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{aligned} \max \quad & -2x_1 + 2x_2 \\ & x_1 + x_2 \leq 12 \\ & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1 \leq 6 \\ & x_2 \leq 4 \end{aligned}$$

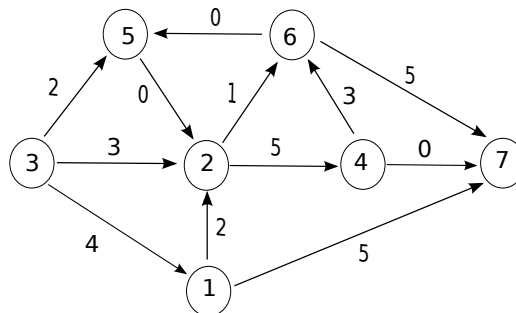
applicando l'algoritmo del Simpleso Primale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base e la loro eventuale degenerazione, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l'indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito: *i*) si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica; *ii*) si determini l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare le risposte.

2) Si risolva graficamente il problema di *PL* in figura, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Si noti che le tre coppie c e A_6, A_3 e A_5 , e A_2 e A_4 sono collineari. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k , i segni delle componenti dei vettori \bar{y}_B e η_B e l'indice uscente h , giustificando le risposte. Si discuta inoltre l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base determinate. In caso di ottimo finito si discuta l'unicità delle soluzioni ottime, primale e duale.

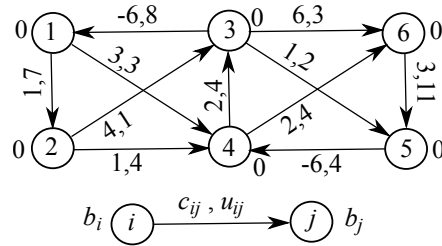


3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 3 sul grafo in figura utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.

Nel caso in cui il costo dell'arco $(2, 6)$ fosse un parametro reale ϵ (anzichè valere 1, come in figura), per quali valori di tale parametro l'albero individuato continuerebbe ad essere un albero dei cammini minimi di radice 3? E per quali valori di ϵ tale albero sarebbe l'unico albero dei cammini minimi di radice 3? Giustificare le risposte.



4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo, per l'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso nullo. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima. Giustificare le risposte.



5) Data la coppia asimmetrica di problemi di PL

$$(P) \max\{cx : Ax \leq b\} \quad \text{e} \quad (D) \min\{yb : yA = c, y \geq 0\},$$

dimostrare che, se durante un'iterazione dell'algoritmo del Simpleso Primale si ottiene $A_N \xi \leq 0$, dove ξ è la direzione determinata dall'algoritmo nel corso dell'iterazione, allora (D) risulta vuoto.

6) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante un algoritmo Branch and Bound che usa il rilassamento MS1T, nessuna euristica, ed effettua il branching selezionando il nodo con il più piccolo valore $r > 2$ di archi dell'MS1T in esso incidenti (a parità di tale valore, quello con indice minimo) e creando $r(r-1)/2$ figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a $r-2$ di tali lati. Per ogni nodo dell'albero si riportino la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore; si indichi poi se, e come, viene effettuato il branching o se il nodo viene chiuso e perché. Si visiti l'albero delle decisioni in modo depth-first, ossia si implementi Q come una pila (o stack). Considerando il caso $r = 3$, si inseriscano in Q i figli del nodo i selezionato, avente grado 3 nell'MS1T, in ordine decrescente di j , dove (i, j) è l'arco la cui variabile è fissata a zero. Si ricordi che, essendo Q una pila, i nodi vengono estratti in ordine inverso rispetto a quello di inserzione. Giustificare le risposte.

