

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2016/17)

Nome:

Cognome:

Matricola:

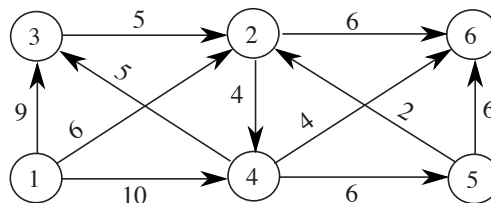
1) Si risolva il problema di *PL* dato applicando l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo θ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima duale individuata sia unica, e se non lo è si determini l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, giustificando la risposta.

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 & + & x_2 \\ & & & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & - & 2x_2 \leq 4 \\ & 2x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & & \leq 2 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq -2 \end{array}$$

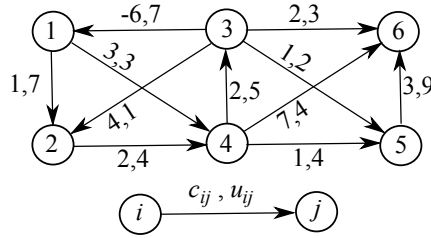
2) Si consideri il problema di *PL* riportato a lato, parametrico in ε : *i*) si individui l'insieme di tutti i valori di ε per cui la base $B = \{3, 4\}$ è ottima; *ii*) si risolva il problema dato, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$, per $\varepsilon > 2$, utilizzando l'algoritmo del Simpleso appropriato. Giustificare algebricamente le risposte date.

$$\begin{array}{rcll} \max & (2 - \varepsilon)x_1 & + & \varepsilon x_2 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 0 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq 0 \\ & & & x_2 \leq 2 \\ & x_1 & & \leq 2 \end{array}$$

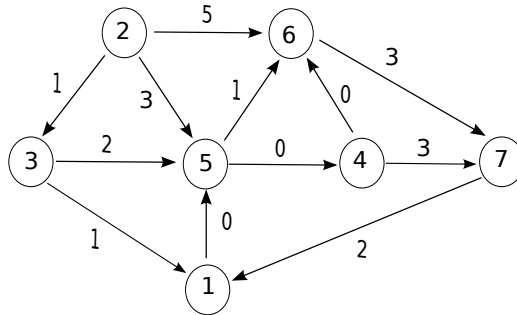
3) Si individui un flusso massimo dal nodo sorgente 1 ai due nodi destinazione 5 e 6, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità, discutendo se sia l'unica soluzione ottima del problema di taglio di capacità minima definito sulla stessa rete. Giustificare le risposte. (*Suggerimento*: risolvere un problema di flusso massimo da un nodo sorgente s ad un insieme T di nodi destinazione è equivalente a risolvere un problema di flusso massimo, da s a t , su un grafo aumentato; t è una super-destinazione, aggiunta al grafo, che viene collegata a tutti i nodi destinazione originari da archi di capacità infinita.)



4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all'istanza in figura, in cui tutti i bilanci ai nodi sono nulli, utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire da un flusso ammissibile opportunamente determinato. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si discuta se la soluzione ottima ottenuta sia unica.



5) Si consideri il problema di cammino minimo vincolato, dal nodo 2 al nodo 7, sul grafo in figura, dove i pesi associati agli archi rappresentano i costi. Si assuma che ogni arco (i, j) abbia lunghezza $l_{ij} = 1$, e sia $L = 4$ la soglia massima sulla lunghezza dei cammini ammissibili da 2 a 7.



Si fornisca una valutazione inferiore del valore ottimo di tale problema mediante un opportuno rilassamento per eliminazione di vincoli, descrivendo l'algoritmo utilizzato per determinare la valutazione inferiore e giustificando la scelta effettuata.

6) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante un algoritmo di B&B che usa MS1T come rilassamento, nessuna euristica, ed effettua il branching selezionando il nodo con il più piccolo valore $r > 2$ di lati dell'MS1T in esso incidenti (a parità di tale valore, quello con indice minimo) e creando $r(r - 1)/2$ figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a $r - 2$ di tali lati. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi Q come una coda. Per ogni nodo dell'albero si riportino la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi inoltre se, e come, viene effettuato il branching, o se il nodo viene chiuso e perché.

