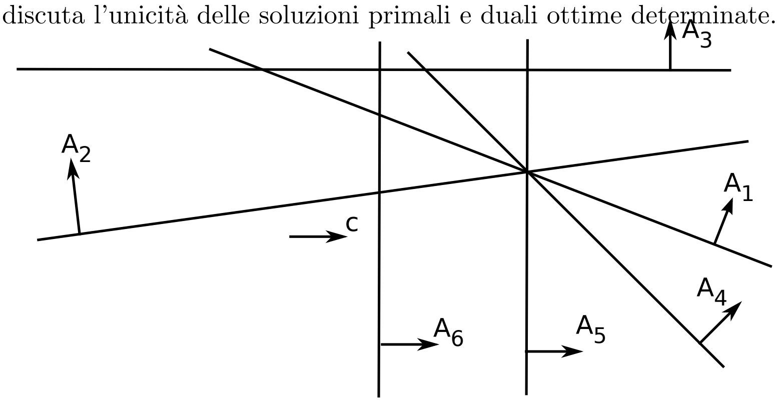
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2014/15)

Nome: Cognome: Matricola:

1) Si risolva graficamente il problema di PL in figura utilizzando l'algoritmo del Simplesso Duale a partire dalla base $B = \{\ 3\ ,\ 5\ \}$; si noti che c, A_5 ed A_6 sono collineari. Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione primale di base (in figura), l'indice entrante k, i segni delle componenti dei vettori $\bar{y}_B$ e η_B e l'indice uscente h, giustificando le risposte. Si discuta inoltre l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base determinate. Al termine, in caso di ottimo finito si discuta l'unicità delle soluzioni primali e duali ottime determinate.

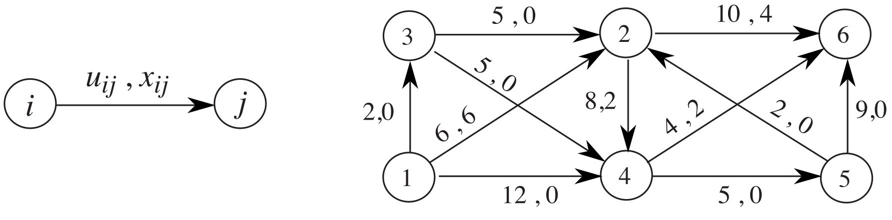


2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$
\begin{array}{lrrrcl}
\max & 4x_1 & -\alpha x_2 & & & \\
 & & x_2 & -x_3 & = & 0 \\
 & x_1 & & -x_3 & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & -x_1 & +x_2 & & \leq & 4 \\
 & & & x_3 & \leq & 7 \\
 & x_1 & & & \geq & 0
\end{array} ,
$$

se ne scriva il duale e, utilizzando il teorema debole della dualità, si individuino i valori del parametro α per cui la soluzione $x^* = (2, 1, 1)$ è ottima per il problema.

3) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato, di valore $v = 6$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità.



4) Si consideri il problema di minimizzare il costo mensile di stoccaggio $c(x)$ di un'azienda, che vale 0 nel caso in cui la quantità x di merce stoccata in magazzino sia compresa tra 0 e 20 bancali, ed è invece definito dalla funzione lineare $80 + 3x$ nel caso in cui il numero x di bancali stoccati sia maggiore di 20 e minore o uguale della capacità del magazzino, che è pari a 200 bancali. Per esigenze di produzione l'azienda necessita di stoccare almeno B bancali al mese. Si formuli in termini di P.L.I., e si dimostri la correttezza della formulazione proposta.

5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$(P) \quad \max\{\ cx\ :\ Ax \leq b,\ x \geq 0\ \}.$$

Supponiamo che il sistema

$$(S) \quad \begin{cases} A\xi & \leq & 0 \\ \xi & \geq & 0 \\ c\xi & > & 0 \end{cases}$$

ammetta una soluzione $\bar{\xi} \in \mathbb{R}^n$. Dimostrare che se (P) è non vuoto, allora è superiormente illimitato.

6) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{array}{lllllllll} \max & 2x_1 & +5x_2 & +9x_3 & +5x_4 & +9x_5 & +1x_6 & & \\ & 3x_1 & +4x_2 & +6x_3 & +2x_4 & +3x_5 & +2x_6 & \leq & 7 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_5 & \in & \{0,1\} \end{array}$$

l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perchè. Si esaminino solamente i primi tre livelli dell'albero delle decisioni (la radice conta come un livello). Al termine si indichi se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore ed inferiore disponibili al momento in cui l'esplorazione viene interrotta.