Programmazione ricorsiva.

- In quasi tutti i linguaggi di programmazione è ammessa la possibilità di definire funzioni/procedure ricorsive: durante l'esecuzione di una funzione F è possibile chiamare la funzione F stessa.

Programmazione ricorsiva.

- In quasi tutti i linguaggi di programmazione è ammessa la possibilità di definire funzioni/procedure ricorsive: durante l'esecuzione di una funzione F è possibile chiamare la funzione F stessa.
- Ciò può avvenire

Programmazione ricorsiva.

- In quasi tutti i linguaggi di programmazione è ammessa la possibilità di definire funzioni/procedure ricorsive: durante l'esecuzione di una funzione F è possibile chiamare la funzione F stessa.
- Ciò può avvenire
  - direttamente: il corpo di F contiene una chiamata a F stessa.

Programmazione ricorsiva.

- In quasi tutti i linguaggi di programmazione è ammessa la possibilità di definire funzioni/procedure ricorsive: durante l'esecuzione di una funzione F è possibile chiamare la funzione F stessa.
- Ciò può avvenire
  - direttamente: il corpo di F contiene una chiamata a F stessa.
  - indirettamente: F contiene una chiamata a G che a sua volta contiene una chiamata a F.

Programmazione ricorsiva.

- In quasi tutti i linguaggi di programmazione è ammessa la possibilità di definire funzioni/procedure ricorsive: durante l'esecuzione di una funzione F è possibile chiamare la funzione F stessa.
- Ciò può avvenire
  - direttamente: il corpo di F contiene una chiamata a F stessa.
  - indirettamente: F contiene una chiamata a G che a sua volta contiene una chiamata a F.
- Può sembrare strano: se pensiamo che una funzione è destinata a risolvere un sottoproblema $\mathcal{P}$, una definizione ricorsiva sembra indicare che per risolvere $\mathcal{P}$ dobbiamo . . . saper risolvere $\mathcal{P}$!

- La programmazione ricorsiva si basa sull'idea che per molti problemi la soluzione per un caso generico può essere ricavata sulla base della soluzione di un altro caso, generalmente più semplice, dello stesso problema.

- La programmazione ricorsiva si basa sull'idea che per molti problemi la soluzione per un caso generico può essere ricavata sulla base della soluzione di un altro caso, generalmente più semplice, dello stesso problema.
- La soluzione di un problema viene individuata supponendo di saperlo risolvere su casi più semplici.

- La programmazione ricorsiva si basa sull'idea che per molti problemi la soluzione per un caso generico può essere ricavata sulla base della soluzione di un altro caso, generalmente più semplice, dello stesso problema.
- La soluzione di un problema viene individuata supponendo di saperlo risolvere su casi più semplici.
- Bisogna poi essere in grado di risolvere direttamente il problema sui casi più semplici di qualunque altro.

- Le funzioni ricorsive sono convenienti per implementare funzioni matematiche definite in modo induttivo.

- Le funzioni ricorsive sono convenienti per implementare funzioni matematiche definite in modo induttivo.
- Funzione fattoriale: definizione iterativa:
  $fatt(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$

- Le funzioni ricorsive sono convenienti per implementare funzioni matematiche definite in modo induttivo.
- Funzione fattoriale: definizione iterativa:
  $fatt(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$
- Funzione fattoriale: definizione induttiva.

$$fatt(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \quad \text{(caso base)} \\ n \cdot fatt(n-1) & \text{se } n > 0 \quad \text{(caso induttivo)} \end{cases}$$

- Le funzioni ricorsive sono convenienti per implementare funzioni matematiche definite in modo induttivo.
- Funzione fattoriale: definizione iterativa:
  $fatt(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$
- Funzione fattoriale: definizione induttiva.

$$fatt(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \quad \text{(caso base)} \\ n \cdot fatt(n-1) & \text{se } n > 0 \quad \text{(caso induttivo)} \end{cases}$$

- È essenziale il fatto che, applicando ripetutamente il caso induttivo, ci riconduciamo prima o poi al caso base.

- Le funzioni ricorsive sono convenienti per implementare funzioni matematiche definite in modo induttivo.
- Funzione fattoriale: definizione iterativa:
  $fatt(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$
- Funzione fattoriale: definizione induttiva.

$$fatt(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \quad \text{(caso base)} \\ n \cdot fatt(n-1) & \text{se } n > 0 \quad \text{(caso induttivo)} \end{cases}$$

- È essenziale il fatto che, applicando ripetutamente il caso induttivo, ci riconduciamo prima o poi al caso base.

$$\begin{aligned} fatt(3) = \quad & 3 \cdot \underline{fatt(2)} = \\ & 3 \cdot (2 \cdot \underline{fatt(1)}) = \\ & 3 \cdot (2 \cdot (1 \cdot \underline{fatt(0)})) = \\ & 3 \cdot (2 \cdot (1 \cdot 1)) = \\ & 3 \cdot (2 \cdot 1) = \\ & 3 \cdot 2 = \\ & 6 \end{aligned}$$

Il codice delle due diverse versioni

- definizione iterativa:

```
int fatt(int n) {
    int i,ris;

    ris=1;
    for (i=1;i<=n;i++)
      ris=ris*i;
    return ris;
}
```

Il codice delle due diverse versioni

- definizione iterativa:

```
int fatt(int n) {
    int i,ris;

    ris=1;
    for (i=1;i<=n;i++)
      ris=ris*i;
    return ris;
}
```

- definizione ricorsiva:

```
int fattric(int n) {
  if (n == 0)
    return 1;
  else
    return n * fattric(n-1);
 }
```

Esempio: Programma che usa una funzione ricorsiva.

```
#include <stdio.h>

int fattric (int);

main()
{
int x, f;
scanf("%d", &x);
f = fattric(x);
printf("Fattoriale di %d:  %d\n", x, f);
}

int fattric(int n) {
  int ris;
  if (n == 0)
    ris = 1;
  else
    ris = n * fattric(n-1);
  return ris;
}
```

Evoluzione della pila (supponendo x=3).

x	3
f	?

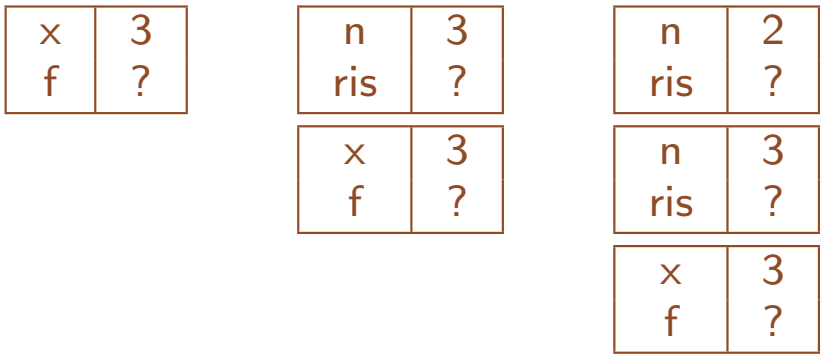
Evoluzione della pila (supponendo x=3).

x	3
f	?

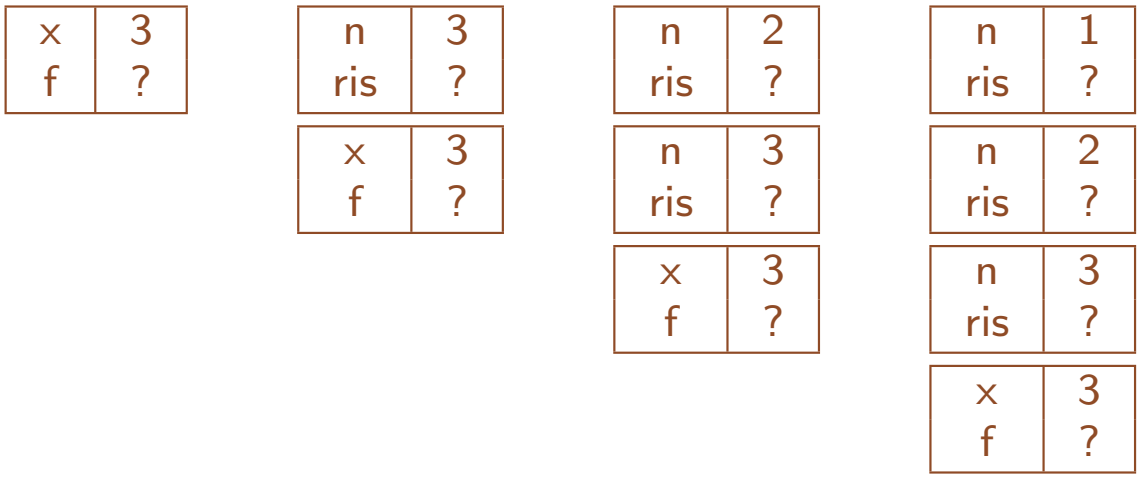
n	3
ris	?

x	3
f	?

Evoluzione della pila (supponendo x=3).



Evoluzione della pila (supponendo x=3).



Evoluzione della pila (supponendo x=3).

x	3
f	?

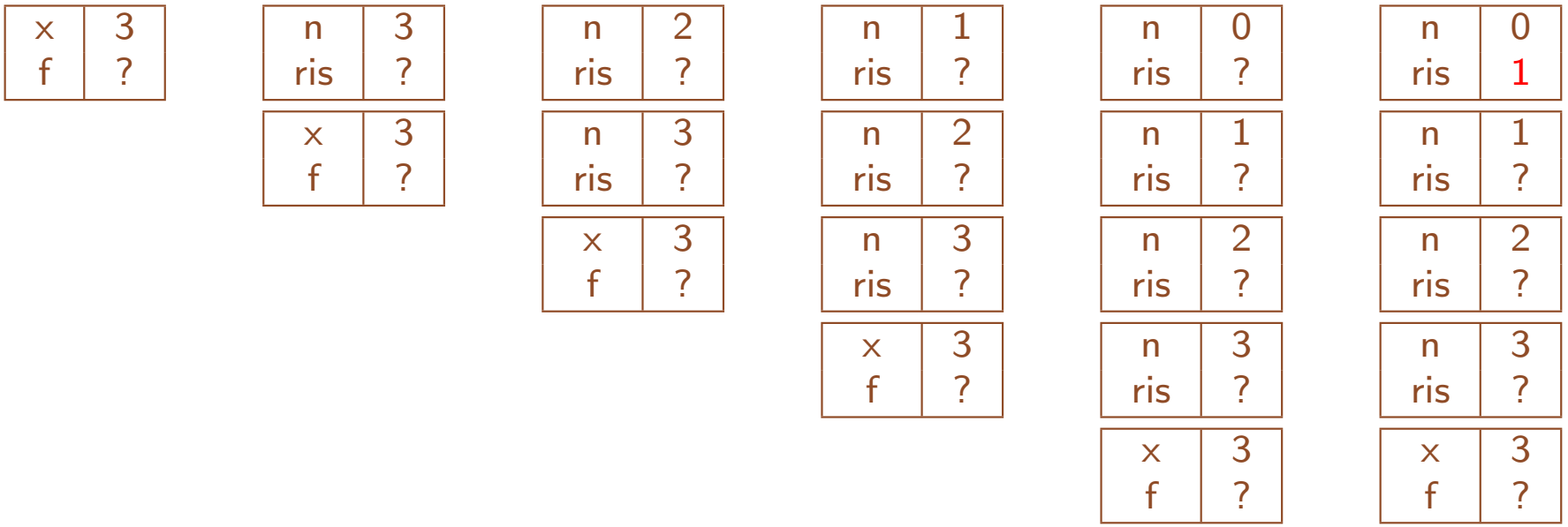
n	3
ris	?
x	3
f	?

n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

n	1
ris	?
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

n	0
ris	?
n	1
ris	?
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

Evoluzione della pila (supponendo x=3).



Evoluzione della pila (supponendo x=3).

x	3
f	?

n	3
ris	?
x	3
f	?

n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

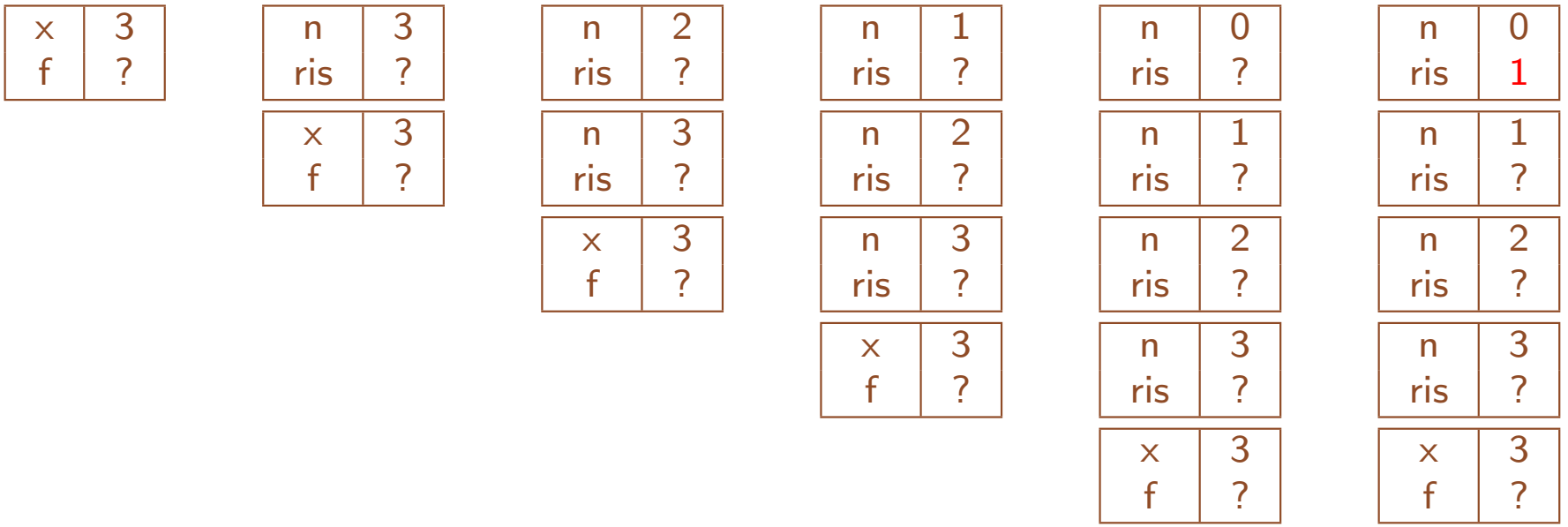
n	1
ris	?
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

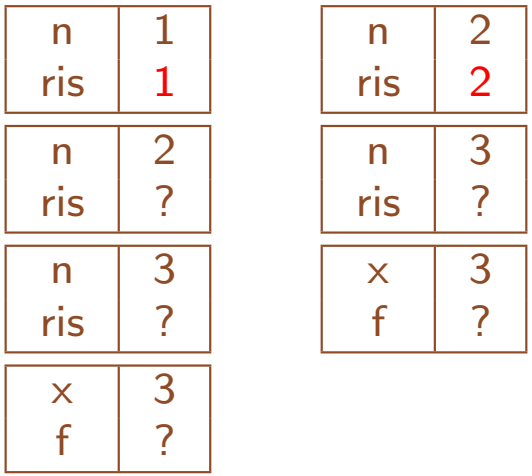
n	0
ris	?
n	1
ris	?
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

n	0
ris	1
n	1
ris	?
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

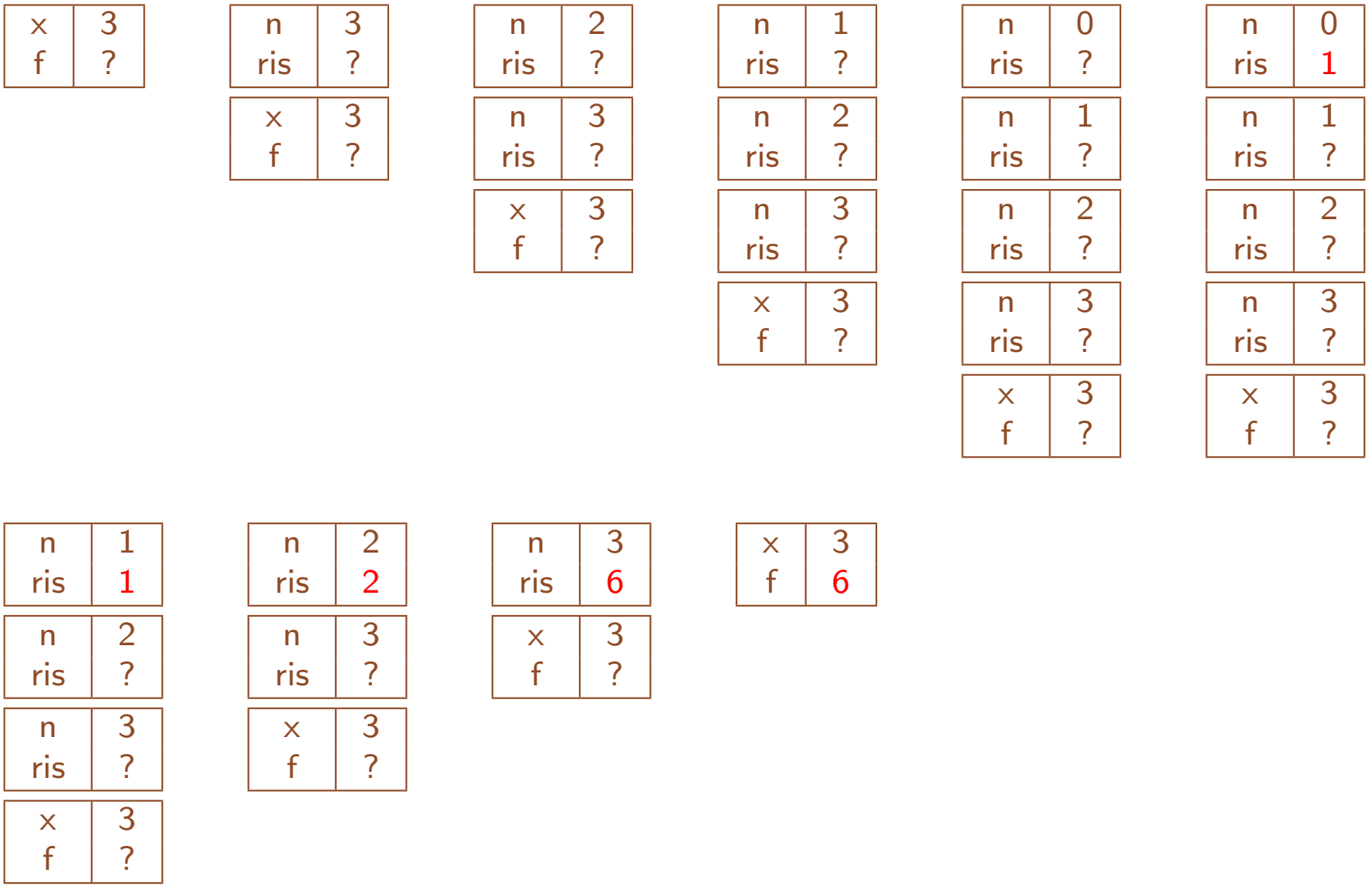
n	1
ris	1
n	2
ris	?
n	3
ris	?
x	3
f	?

Evoluzione della pila (supponendo x=3).





Evoluzione della pila (supponendo x=3).



Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:

Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:
  1. usando una struttura dati opportuna ma dinamica come le liste

Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:
  1. usando una struttura dati opportuna ma dinamica come le liste
  2. usando un procedimento ricorsivo.

Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:
  1. usando una struttura dati opportuna ma dinamica come le liste
  2. usando un procedimento ricorsivo.
     - leggiamo un carattere della sequenza, `c1`, leggiamo e stampiamo ricorsivamente il resto della sequenza `c2...cn` e infine stampiamo `c1`;

Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:
  1. usando una struttura dati opportuna ma dinamica come le liste
  2. usando un procedimento ricorsivo.
     - leggiamo un carattere della sequenza, `c1`, leggiamo e stampiamo ricorsivamente il resto della sequenza `c2...cn` e infine stampiamo `c1`;
     - il caso base è rappresentato dalla lettura del carattere di fine sequenza.

Esempio: Leggere una sequenza di caratteri terminata da `'\n'` e stamparla invertita. Ad esempio: `casa` $\Longrightarrow$ `asac`

- Problema: prima di poter iniziare a stampare dobbiamo aver letto e memorizzato tutta la sequenza:
  1. usando una struttura dati opportuna ma dinamica come le liste
  2. usando un procedimento ricorsivo.
     - leggiamo un carattere della sequenza, `c1`, leggiamo e stampiamo ricorsivamente il resto della sequenza `c2...cn` e infine stampiamo `c1`;
     - il caso base è rappresentato dalla lettura del carattere di fine sequenza.

```
void invertInputRic()
 {  char ch;

  scanf("%c", &ch);
  if (ch != '\n')
    {
    invertInputRic();
    printf("%c", ch);
    }
  else
    printf("Sequenza invertita: ");
}
```

```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`

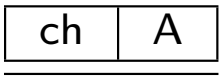
```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

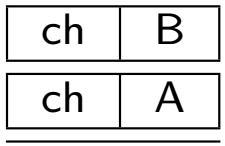
Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`

ch	A

```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

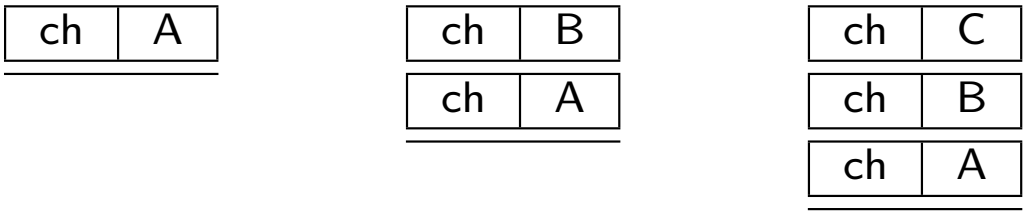
Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`





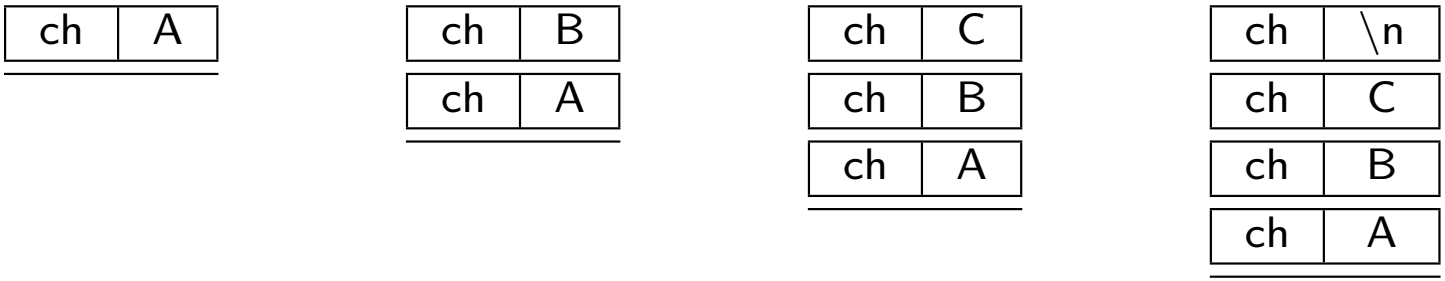
```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`



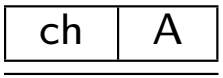
```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

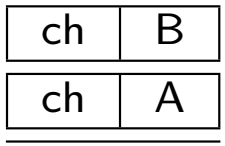
Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`

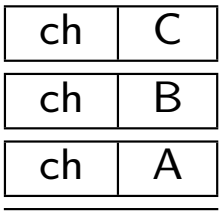


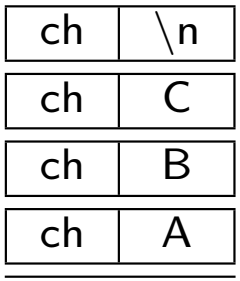
```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

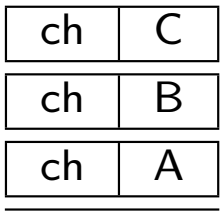
Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`





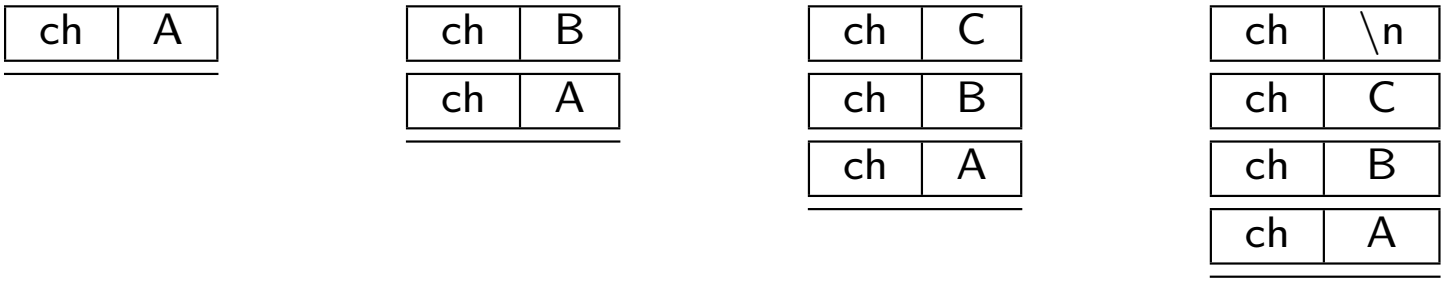


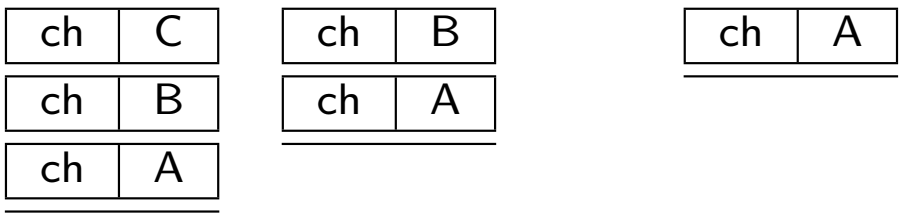




```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

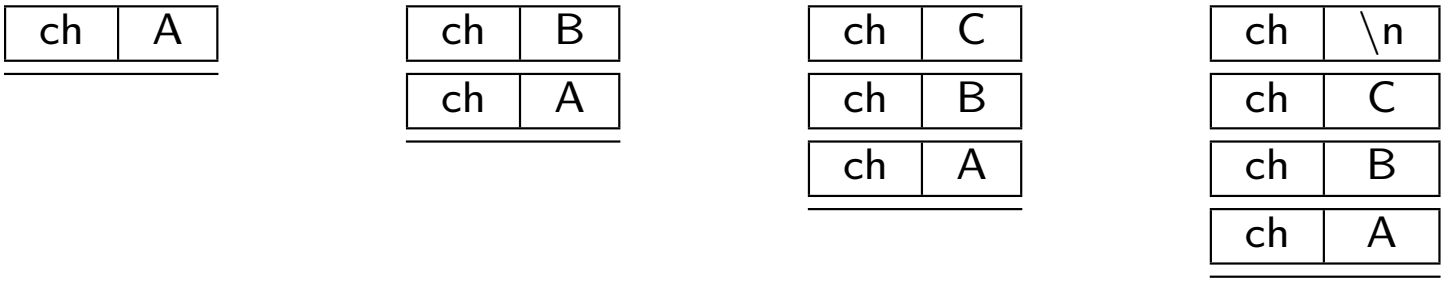
Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`

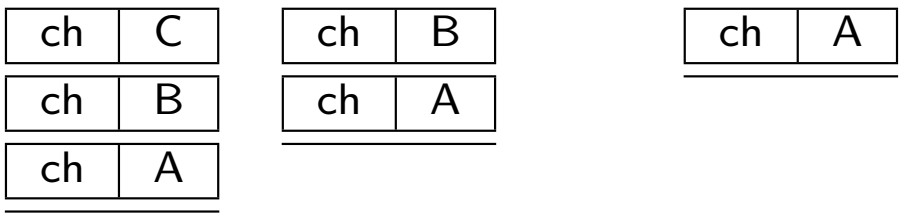




```
 main()
{
  printf("Immetti una sequenza di caratteri\n");
  invertInputRic();
  printf("\n");
  return 0;
}
```

Vediamo come evolve la pila per l'input `ABC\n`





L'output prodotto è il seguente

```
Sequenza invertita:  CBA
```

Possiamo usare anche la ricorsione per operare sugli array:

Calcolare ricorsivamente la somma degli elementi di un array v di dimensione dim.

```
int sumVet(int *v, int dim)
{
  if (dim==0)
    return 0;
  else
    return v[0] + sumVet(v+1,dim-1);
}
```

Calcolare ricorsivamente il numero di occorrenze dell'elemento x nell' array v di dimensioni dim.

```
int occorrenze (int *v,  int dim, int x)
{
  int occ;

  if (dim==0)
    occ= 0;
  else
    if (v[0]!=x)
        occ = occorrenze(v+1,dim-1,x);
    else
        occ = 1+occorrenze(v+1,dim-1,x);
   return occ;
}
```

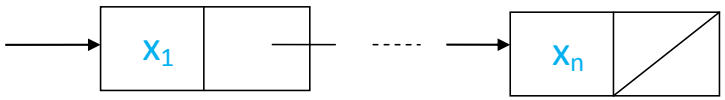
Calcolare ricorsivamente il numero di occorrenze dell'elemento x nell' array v di dimensioni dim.

```
int occorrenze (int *v, int x, int from, int to)
{
  int occ;

  if (from > to)
    occ= 0;
  else
    if (v[from]!=x)
        occ = occorrenze(v,from+1,to,x);
    else
        occ = 1+occorrenze(v,from+1,to,x);
   return occ;
}
```

Visione ricorsiva delle liste

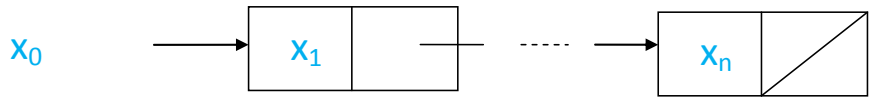
- Una lista di elementi è una struttura dati ricorsiva per sua natura

Visione ricorsiva delle liste



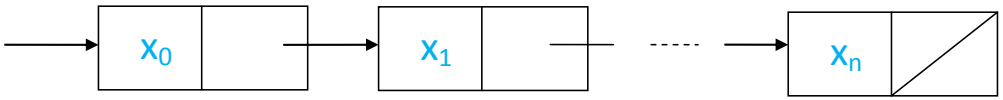
- Una lista di elementi è una struttura dati ricorsiva per sua natura
  1. data una lista L di elementi $x_1, \ldots, x_n$

Visione ricorsiva delle liste



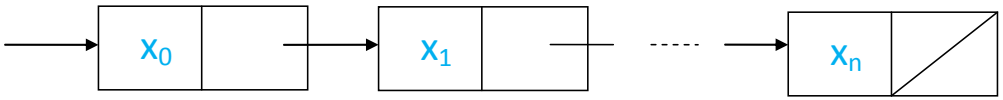
- Una lista di elementi è una struttura dati ricorsiva per sua natura
  1. data una lista L di elementi $x_1, \ldots, x_n$
  2. dato un ulteriore elemento x_0

Visione ricorsiva delle liste



- Una lista di elementi è una struttura dati ricorsiva per sua natura
  1. data una lista L di elementi $x_1, \ldots, x_n$
  2. dato un ulteriore elemento x_0
  3. anche la concatenazione di x_0 e L è una lista

Visione ricorsiva delle liste



- Una lista di elementi è una struttura dati ricorsiva per sua natura
  1. data una lista L di elementi $x_1, \ldots, x_n$
  2. dato un ulteriore elemento x_0
  3. anche la concatenazione di x_0 e L è una lista
- Si noti che in 1. L può anche essere la lista vuota

Procedure e funzioni ricorsive su liste

Consistono, in genere, nel:

- individuare il caso base e risolverlo direttamente: di solito lista vuota.

Ad esempio per la stampa di una lista

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}
```

Procedure e funzioni ricorsive su liste

Consistono, in genere, nel:

- individuare il caso base e risolverlo direttamente: di solito lista vuota.
- costruire la soluzione del caso ricorsivo: di solito operando sul primo elemento della lista e componendo la soluzione con il risultato dell'invocazione della procedura/funzione sul resto della lista.

Ad esempio per la stampa di una lista

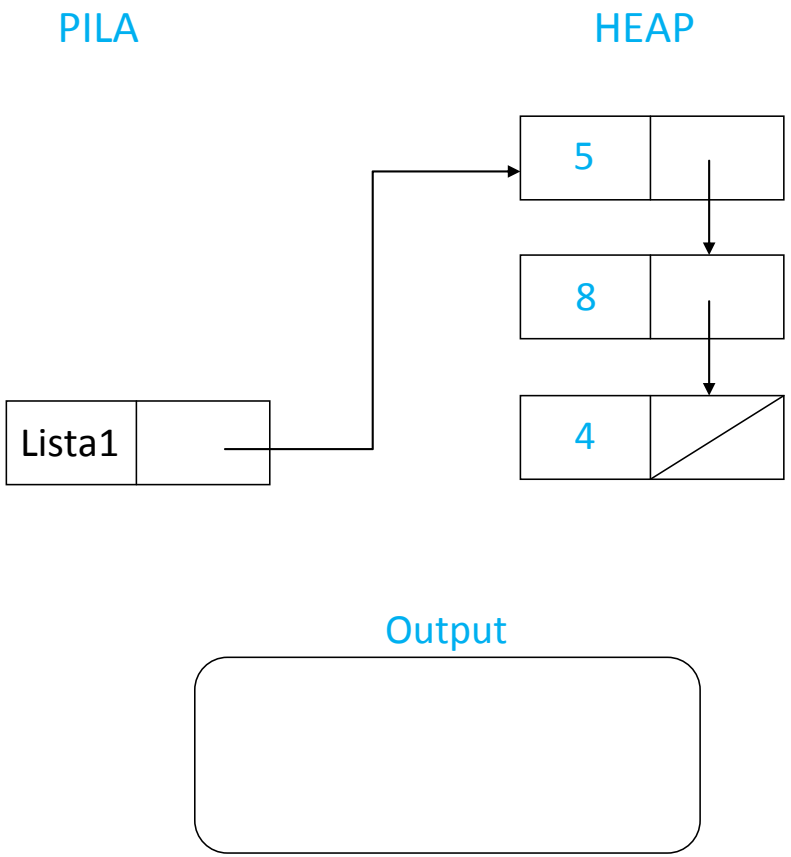
```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}
```

Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```

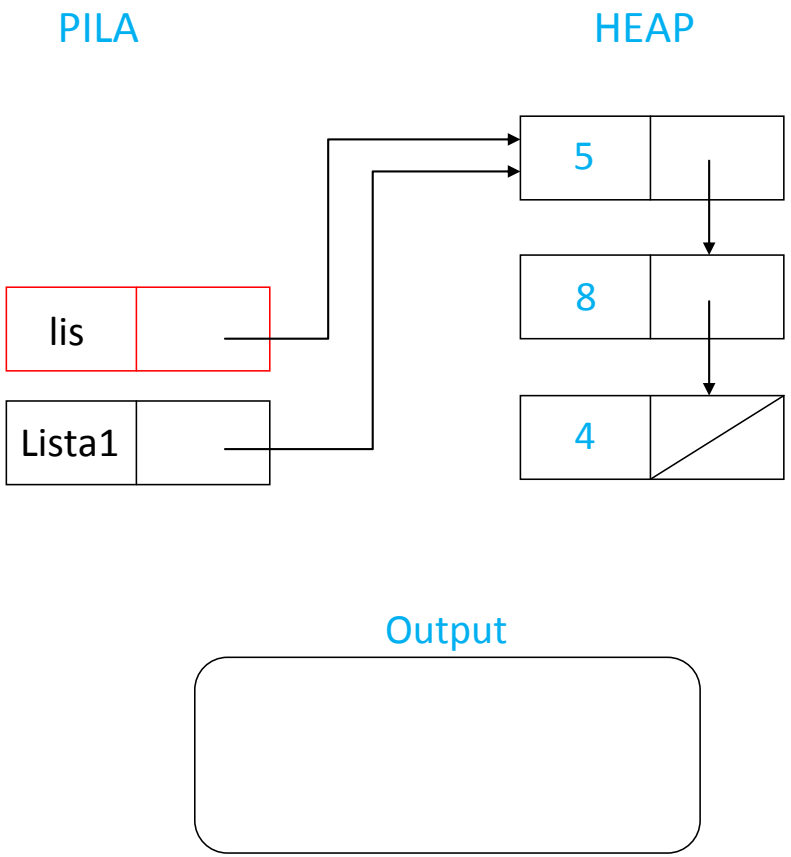
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



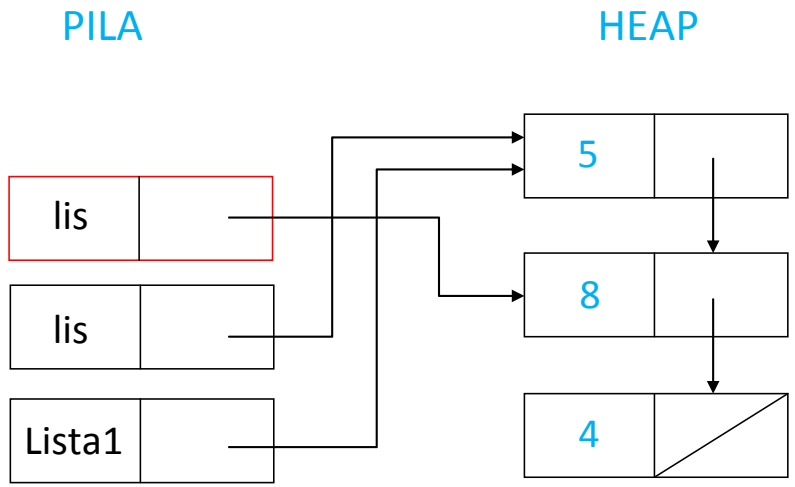
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```

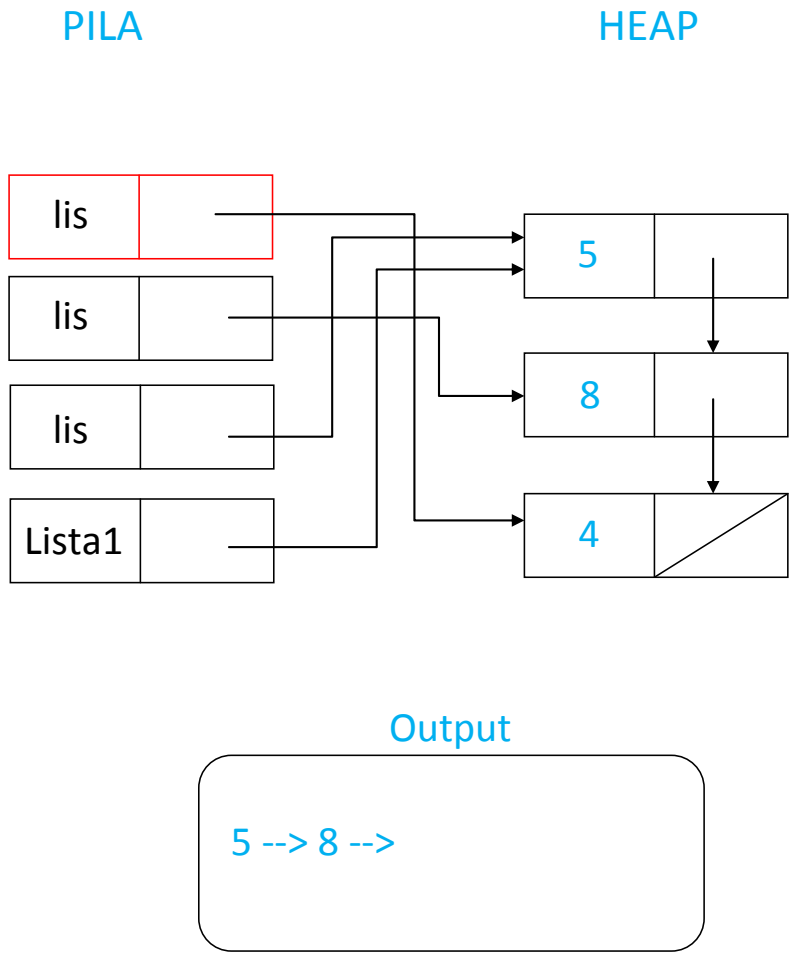


Output

5 -->

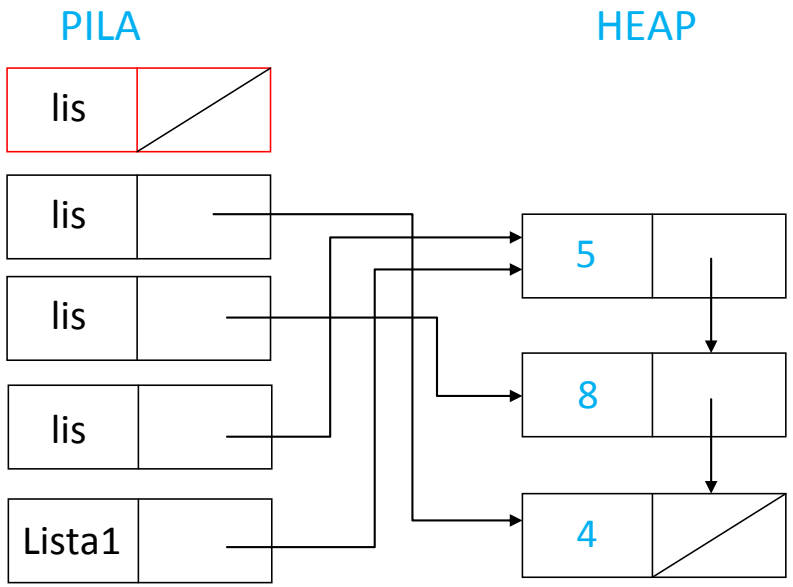
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```

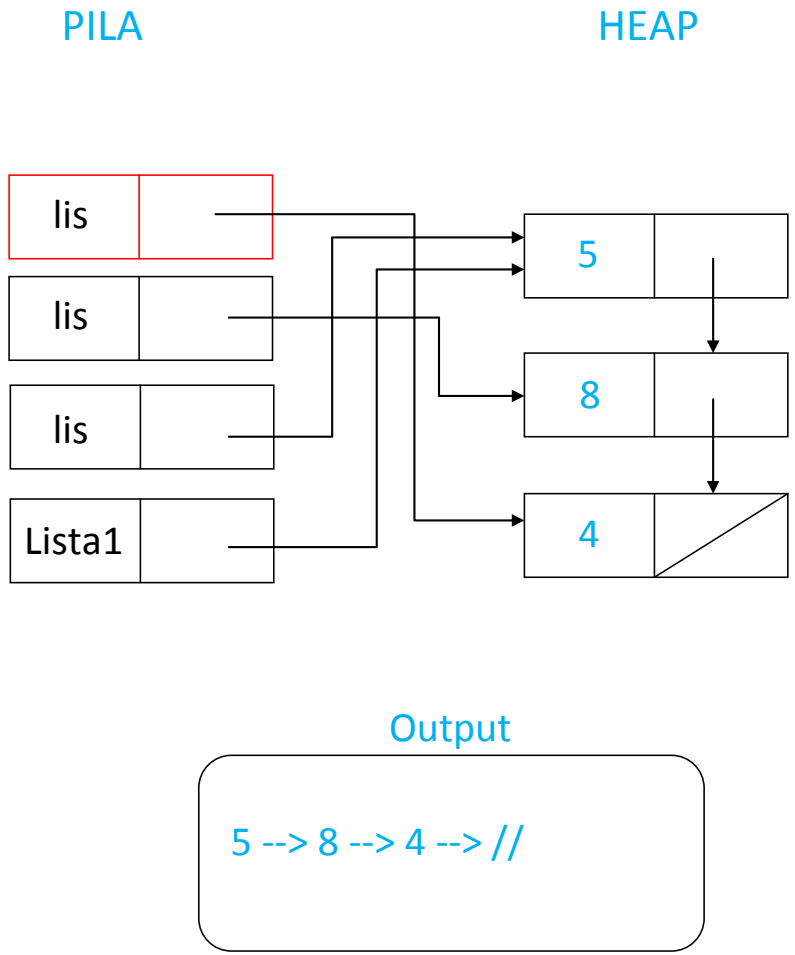


Output

5 --> 8 --> 4 -->

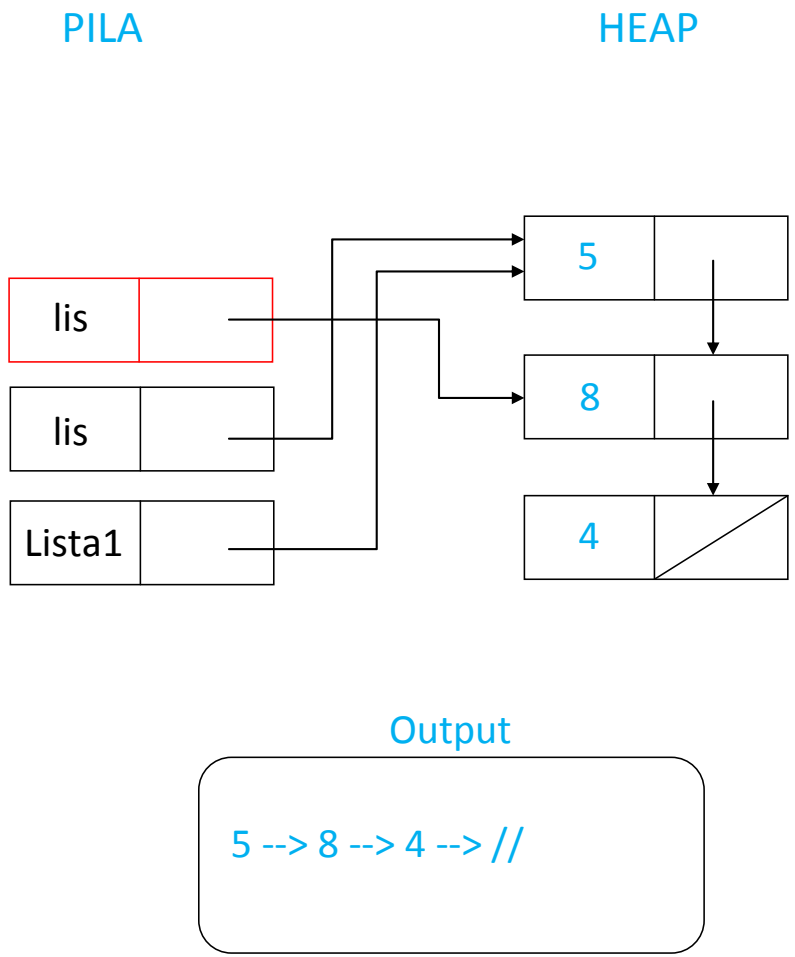
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



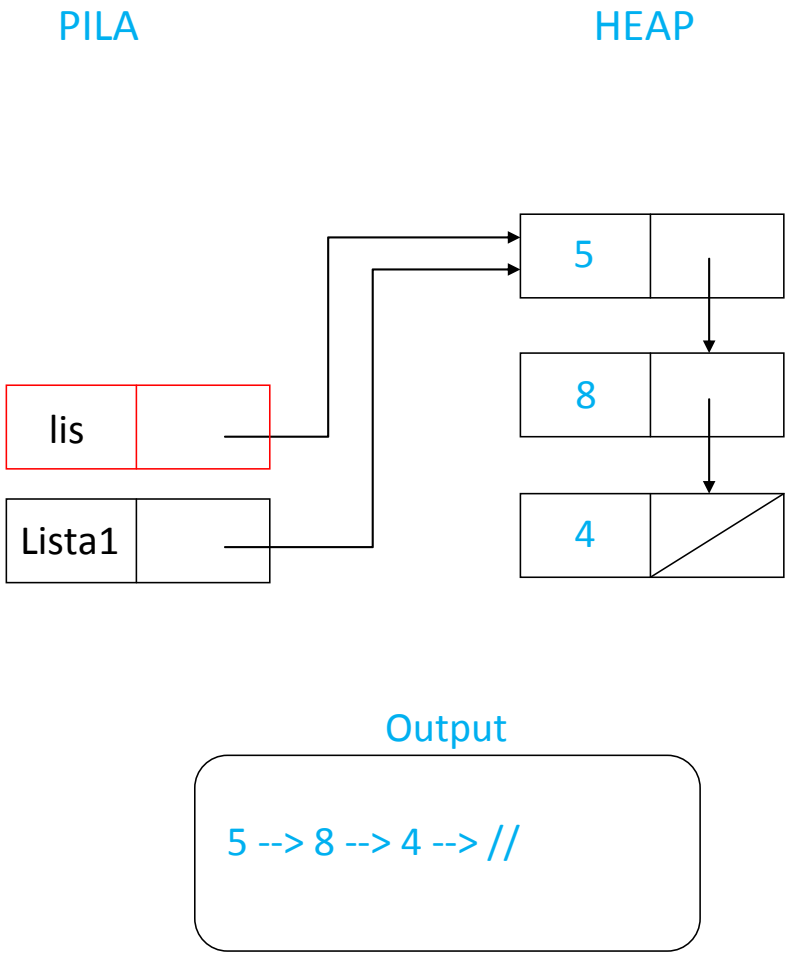
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



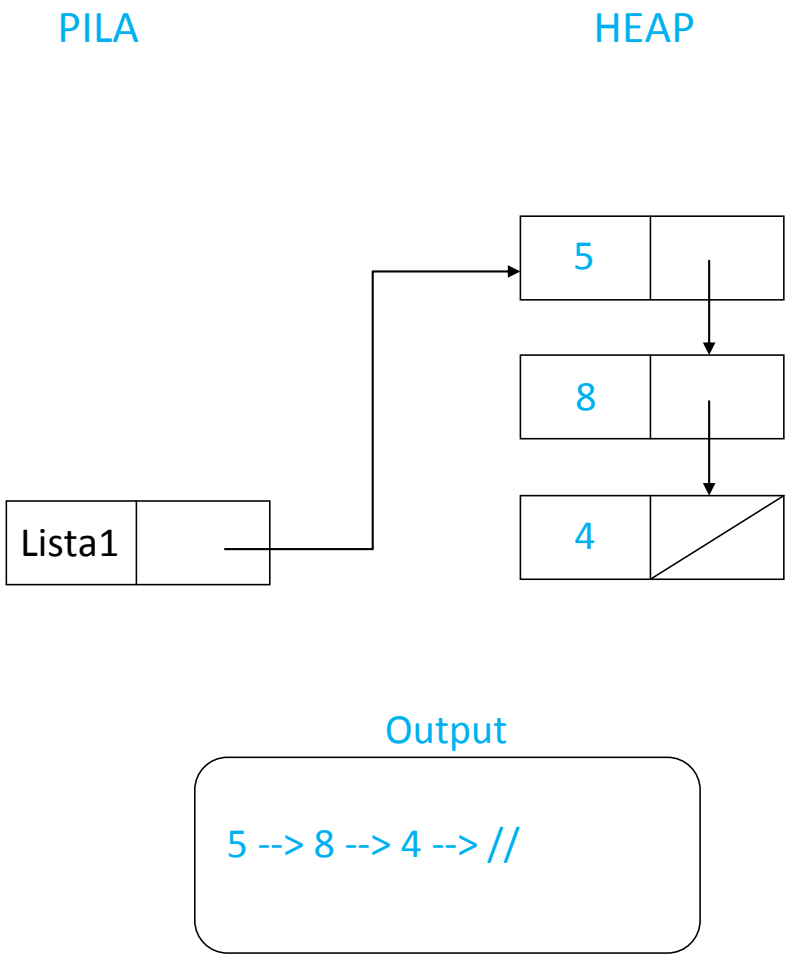
Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



Versione ricorsiva

```
void StampaListaRic(ListaDiElementi lis)
{
   if (lis != NULL)
   {
      printf("%d ", lis->info);
      StampaListaRic(lis->next);
   }
   else
      printf("//");
}

main()
{
  ListaDiElementi Lista1;
  ...
  /* costruzione lista 5 --> 8 --> 4  */
  ...
  StampaListaRic(Lista1);
  ...
}
```



Cancellazione di una lista: versione iterativa

```
void CancellaLista(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;

  while (*lista != NULL) {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
  }
}
```

Cancellazione di una lista: versione ricorsiva

- Sfruttiamo la visione ricorsiva della struttura dati lista per realizzare la cancellazione in modo ricorsivo

Cancellazione di una lista: versione ricorsiva

- Sfruttiamo la visione ricorsiva della struttura dati lista per realizzare la cancellazione in modo ricorsivo
  1. la cancellazione della lista vuota non richiede alcuna azione

Cancellazione di una lista: versione ricorsiva

- Sfruttiamo la visione ricorsiva della struttura dati lista per realizzare la cancellazione in modo ricorsivo
  1. la cancellazione della lista vuota non richiede alcuna azione
  2. la cancellazione della lista ottenuta come concatenazione dell'elemento x e della lista L richiede l'eliminazione di x e la cancellazione di L

Cancellazione di una lista: versione ricorsiva

- Sfruttiamo la visione ricorsiva della struttura dati lista per realizzare la cancellazione in modo ricorsivo
  1. la cancellazione della lista vuota non richiede alcuna azione
  2. la cancellazione della lista ottenuta come concatenazione dell'elemento x e della lista L richiede l'eliminazione di x e la cancellazione di L
- la traduzione in C è immediata

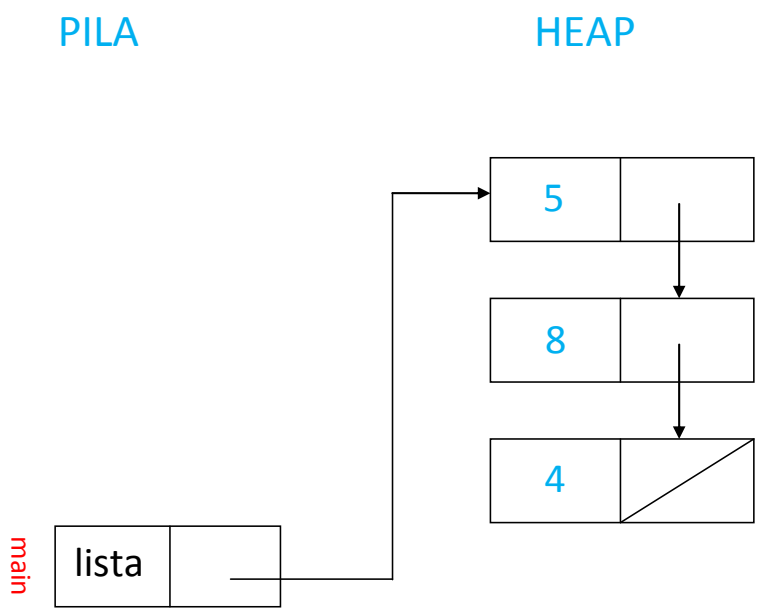
Cancellazione di una lista: versione ricorsiva

- Sfruttiamo la visione ricorsiva della struttura dati lista per realizzare la cancellazione in modo ricorsivo
  1. la cancellazione della lista vuota non richiede alcuna azione
  2. la cancellazione della lista ottenuta come concatenazione dell'elemento x e della lista L richiede l'eliminazione di x e la cancellazione di L
- la traduzione in C è immediata

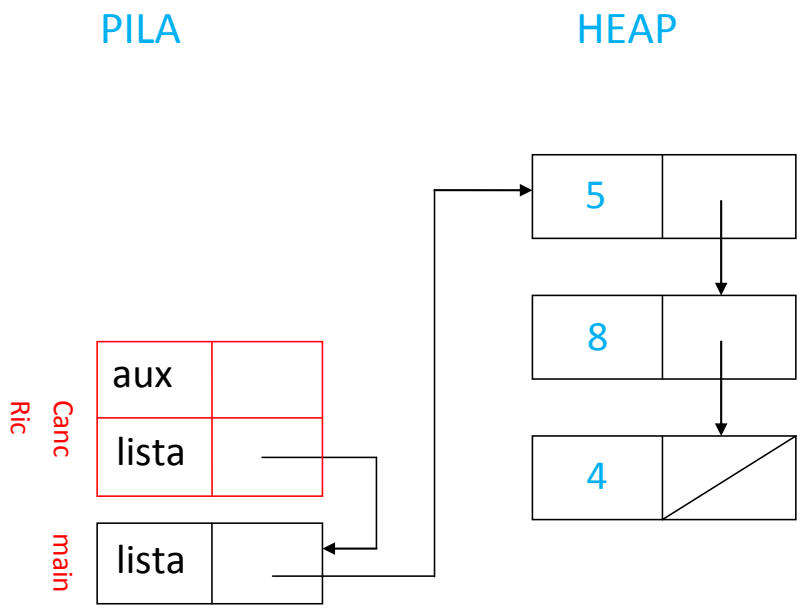
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

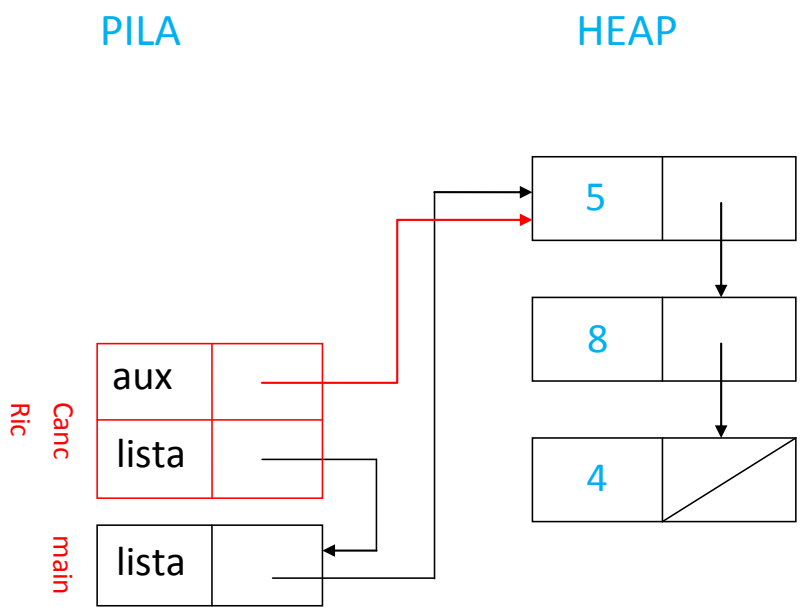
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



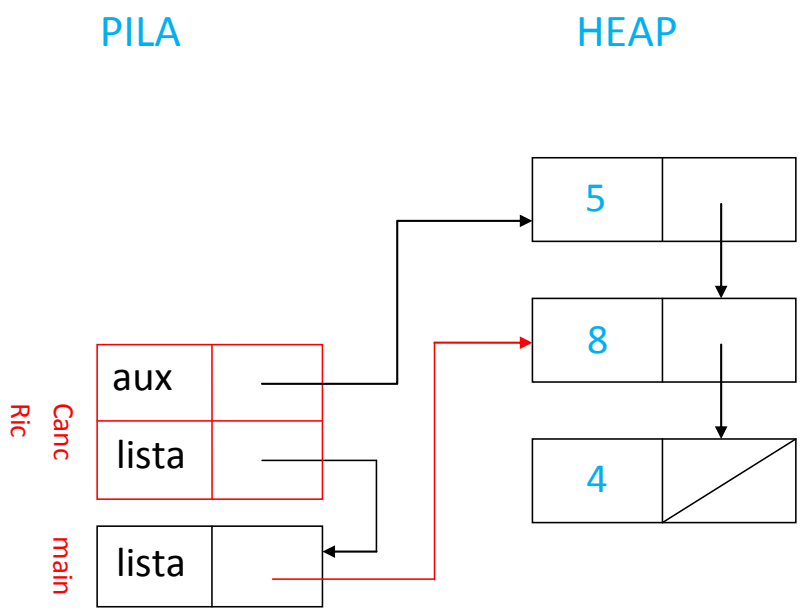
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



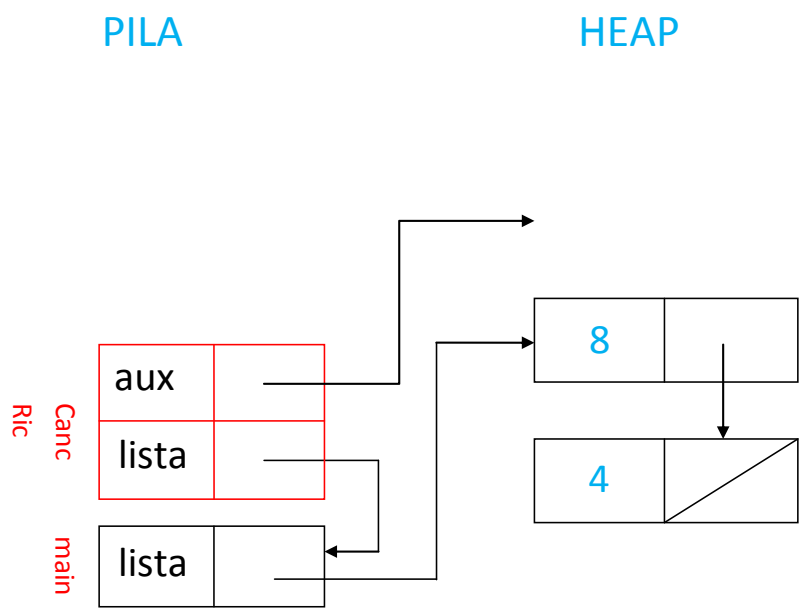
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



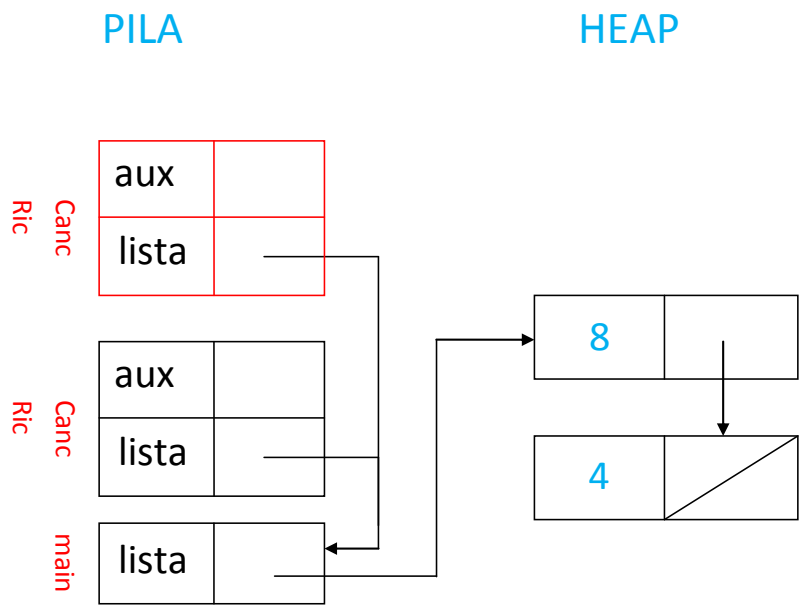
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



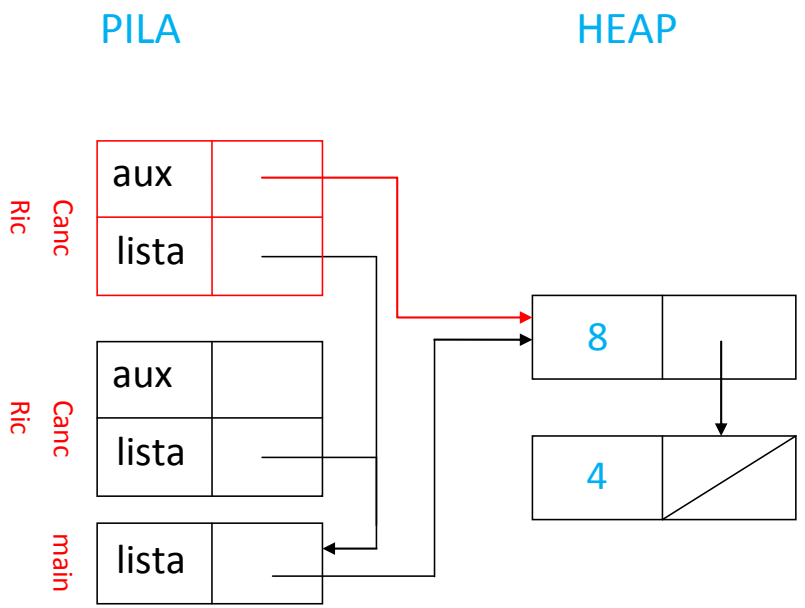
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



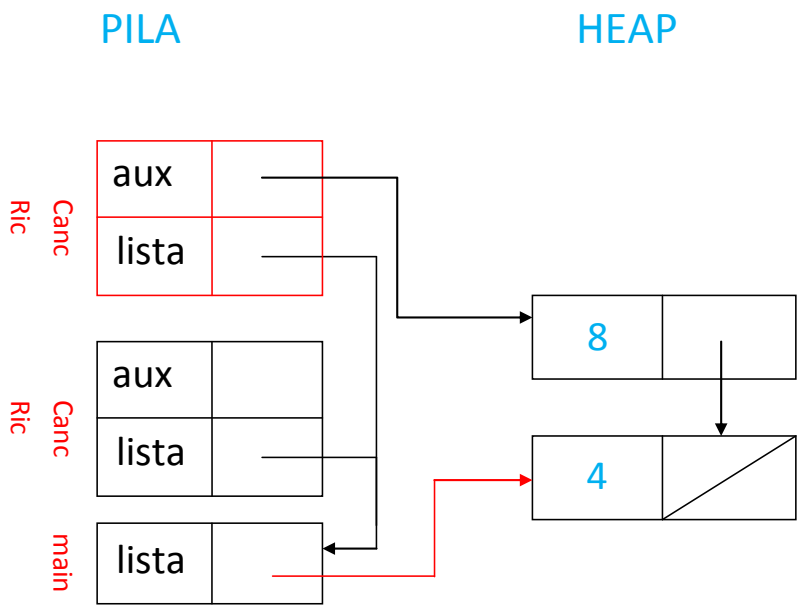
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



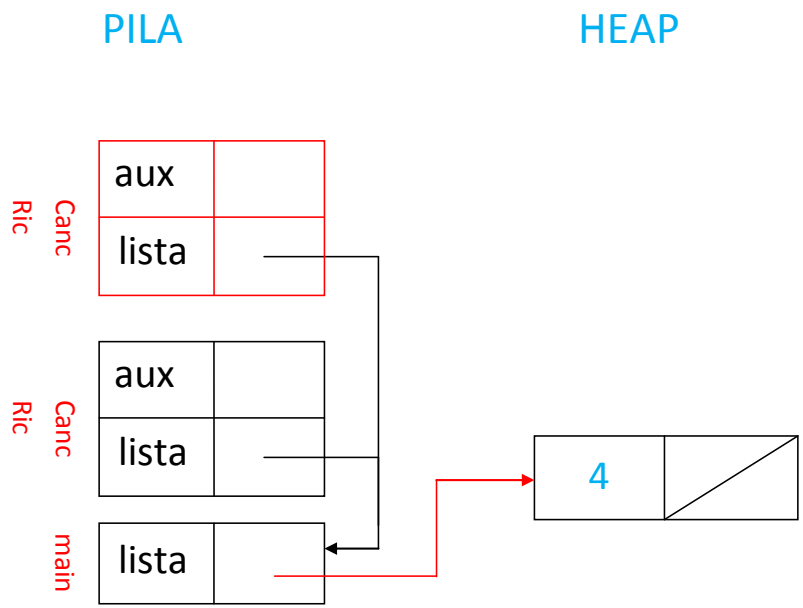
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

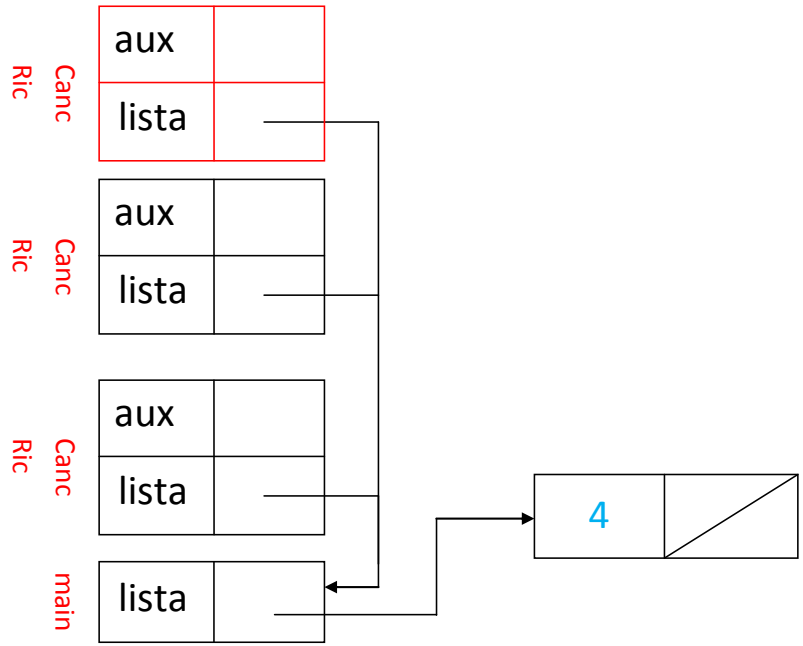


```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



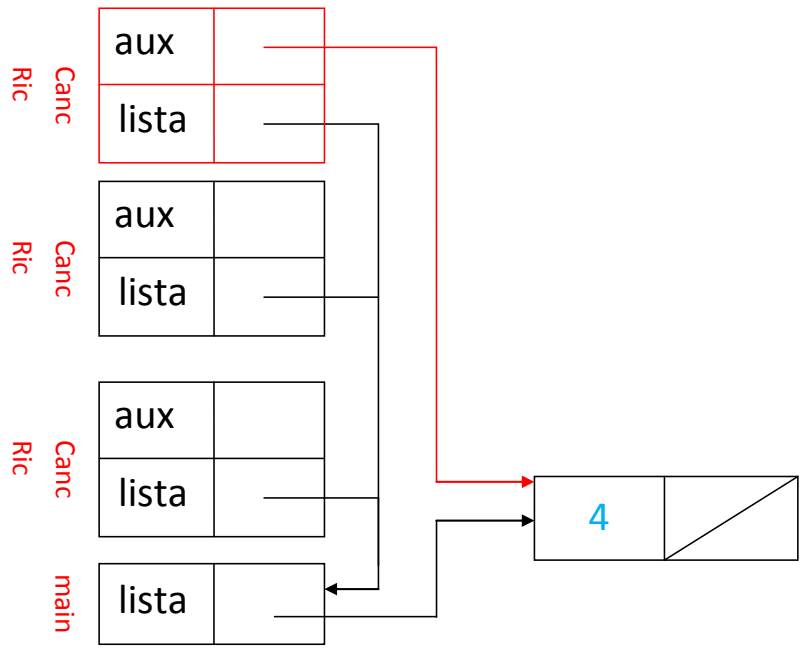
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP



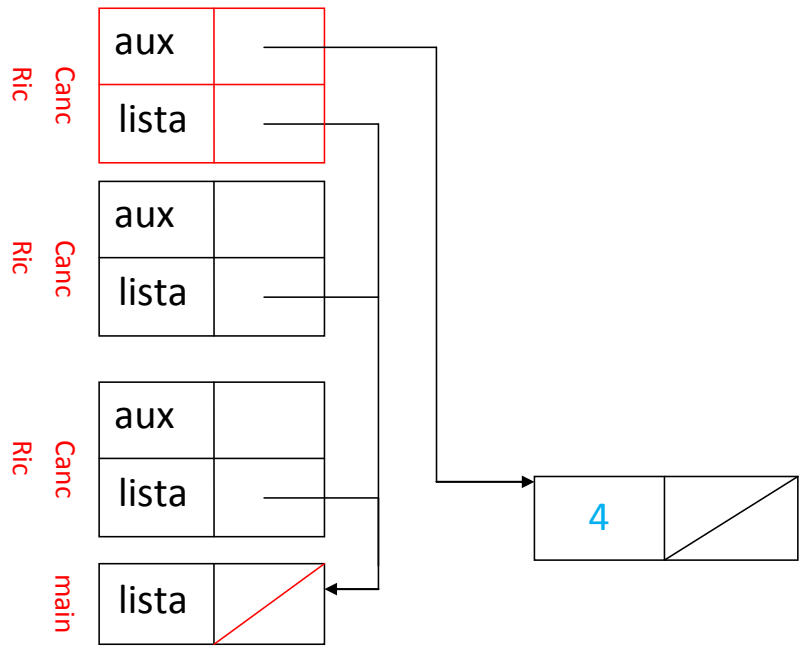
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP



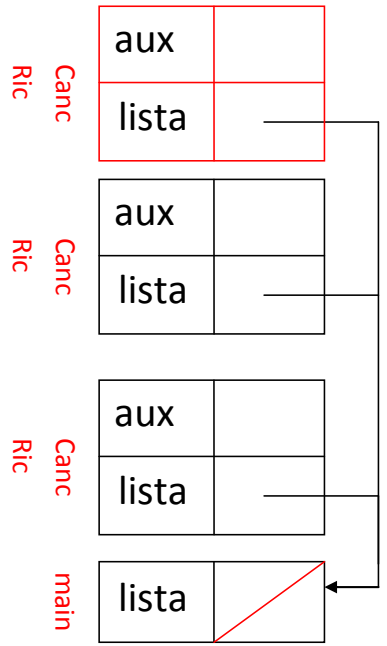
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP

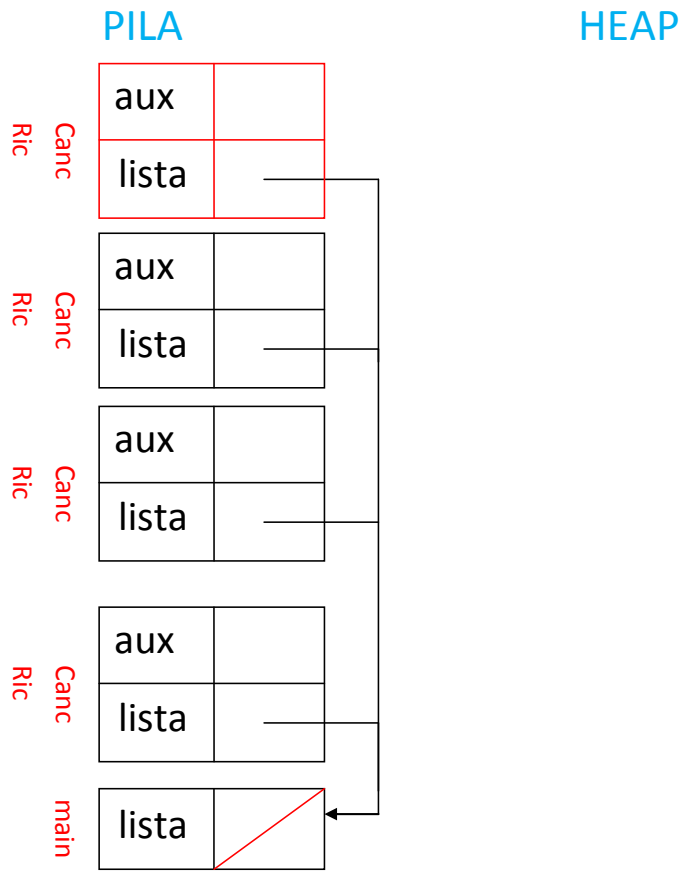


```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP

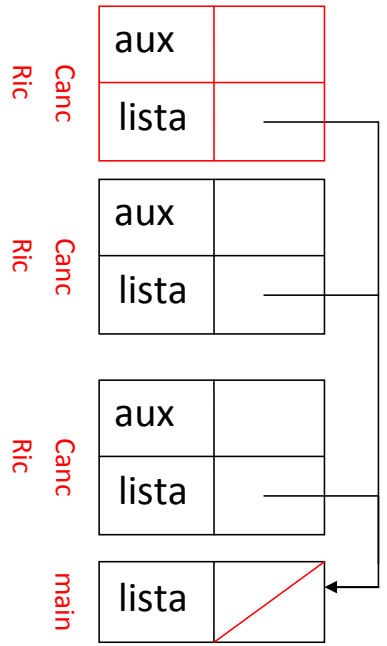


```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```



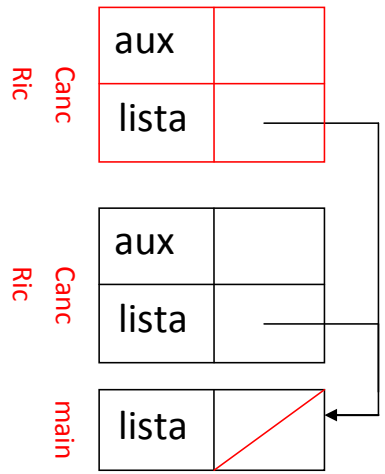
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP



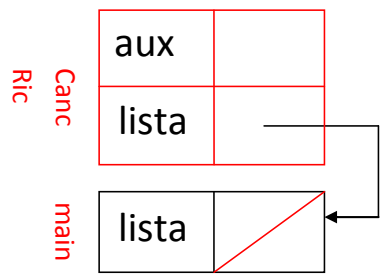
```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP



```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP



```
void CancellaListaRic(ListaDiElementi *lista)
{
  ListaDiElementi aux;
  if (*lista != NULL)
  {
    aux = *lista;
    *lista = (*lista)->next;
    free(aux);
    CancellaListaRic(lista);
  }
}
```

PILA HEAP

Appartenenza di un elemento ad una lista:versione iterativa

```
typedef enum {false,true} boolean;


boolean Appartiene(int elem, ListaDiElementi lista)
{
  boolean trovato = false;

  while (lista != NULL && !trovato)
    if (lista->info==elem)
      trovato = true;
    else
      lista = lista->next;
  return trovato;
}
```

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

- Un elemento elem

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

- Un elemento elem
  - non appartiene alla lista vuota

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

- Un elemento elem
  - non appartiene alla lista vuota
  - appartiene alla lista con testa x se elem coincide con x

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

- Un elemento elem
  - non appartiene alla lista vuota
  - appartiene alla lista con testa x se elem coincide con x
  - appartiene alla lista con testa x diversa da elem e resto L se e solo se appartiene a L

Appartenenza di un elemento: versione ricorsiva

```
boolean Appartiene( int elem, ListaDiElementi lis)
{
  if (lis == NULL)
    return false;
  else if (lis->info==elem)
    return true;
  else
    return (Appartiene(elem, lis->next));
}
```

- Un elemento elem
  - non appartiene alla lista vuota
  - appartiene alla lista con testa x se elem coincide con x
  - appartiene alla lista con testa x diversa da elem e resto L se e solo se appartiene a L

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)
- altrimenti nuovaLista è ottenuta da lista facendo l'inserimento di elem in coda al resto di lista (caso ricorsivo)

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)
- altrimenti nuovaLista è ottenuta da lista facendo l'inserimento di elem in coda al resto di lista (caso ricorsivo)

```
void InserzioneInCoda(ListaDiElementi *lista, int elem)
{if (*lista == NULL)
  {
    *lista = malloc(sizeof(ElementoLista));
    (*lista)->info = elem;
    (*lista)->next = NULL;
  }
  else

  InserisciInCoda(       ??       , elem);
  }}
```

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)
- altrimenti nuovaLista è ottenuta da lista facendo l'inserimento di elem in coda al resto di lista (caso ricorsivo)

```
void InserzioneInCoda(ListaDiElementi *lista, int elem)
{if (*lista == NULL)
  {
    *lista = malloc(sizeof(ElementoLista));
    (*lista)->info = elem;
    (*lista)->next = NULL;
  }
  else

  InserisciInCoda(       ??       , elem);
  }}
```

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)
- altrimenti nuovaLista è ottenuta da lista facendo l'inserimento di elem in coda al resto di lista (caso ricorsivo)

```
void InserzioneInCoda(ListaDiElementi *lista, int elem)
{if (*lista == NULL)
  {
    *lista = malloc(sizeof(ElementoLista));
    (*lista)->info = elem;
    (*lista)->next = NULL;
  }
  else

  InserisciInCoda(       ??       , elem);
  }}

    InserzioneInCoda(&((*lista)->next), elem);
```

Inserimento di un elemento in coda ad una lista: versione ricorsiva

Caratterizzazione induttiva dell'inserimento in coda Sia nuovaLista la lista ottenuta inserendo elem in coda a lista.

- se lista è vuota, allora nuovaLista è costituita dal solo `elem` (caso base)
- altrimenti nuovaLista è ottenuta da lista facendo l'inserimento di elem in coda al resto di lista (caso ricorsivo)

```
void InserzioneInCoda(ListaDiElementi *lista, int elem)
{if (*lista == NULL)
  {
    *lista = malloc(sizeof(ElementoLista));
    (*lista)->info = elem;
    (*lista)->next = NULL;
  }
  else

  InserisciInCoda(       ??       , elem);
  }}

    InserzioneInCoda(&((*lista)->next), elem);
```

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi
  1. l'elemento è il primo della lista: si aggiorna il puntatore iniziale in modo che punti all'elemento successivo

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi
  1. l'elemento è il primo della lista: si aggiorna il puntatore iniziale in modo che punti all'elemento successivo
     $\Longrightarrow$ passaggio per indirizzo!!

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi
  1. l'elemento è il primo della lista: si aggiorna il puntatore iniziale in modo che punti all'elemento successivo
     $\Longrightarrow$ passaggio per indirizzo!!
  2. l'elemento non è né il primo né l'ultimo: si aggiorna il campo next dell'elemento che precede quello da cancellare in modo che punti all'elemento che segue

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi
  1. l'elemento è il primo della lista: si aggiorna il puntatore iniziale in modo che punti all'elemento successivo
     $\Longrightarrow$ passaggio per indirizzo!!
  2. l'elemento non è né il primo né l'ultimo: si aggiorna il campo next dell'elemento che precede quello da cancellare in modo che punti all'elemento che segue
  3. l'elemento è l'ultimo: come (2), solo che il campo next dell'elemento precedente viene posto a `NULL`

Cancellazione della prima occorrenza di un elemento

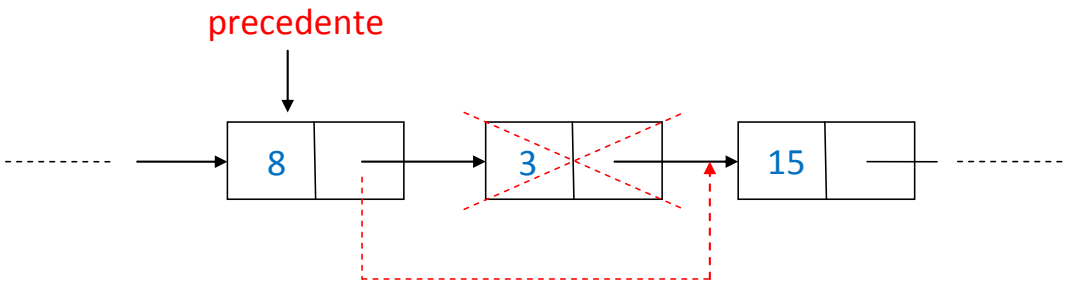
- si scandisce la lista alla ricerca dell'elemento
- se l'elemento non compare non si fa nulla
- altrimenti, a seconda di dove si trova l'elemento, si distinguono tre casi
  1. l'elemento è il primo della lista: si aggiorna il puntatore iniziale in modo che punti all'elemento successivo
     $\Longrightarrow$ passaggio per indirizzo!!
  2. l'elemento non è né il primo né l'ultimo: si aggiorna il campo next dell'elemento che precede quello da cancellare in modo che punti all'elemento che segue
  3. l'elemento è l'ultimo: come (2), solo che il campo next dell'elemento precedente viene posto a `NULL`
- in tutti e tre i casi bisogna liberare la memoria occupata dall'elemento da cancellare

Osservazioni:

- per poter aggiornare il campo next dell'elemento precedente, bisogna fermare la scansione sull'elemento precedente (e non su quello da cancellare)

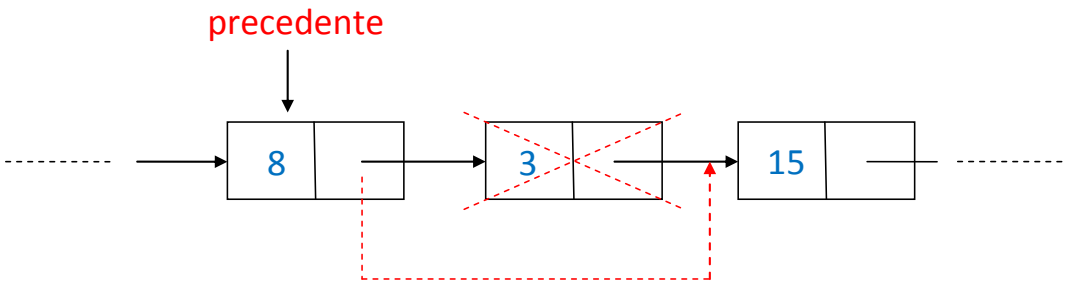
Osservazioni:

- per poter aggiornare il campo next dell'elemento precedente, bisogna fermare la scansione sull'elemento precedente (e non su quello da cancellare)



Osservazioni:

- per poter aggiornare il campo next dell'elemento precedente, bisogna fermare la scansione sull'elemento precedente (e non su quello da cancellare)



- per fermare la scansione dopo aver trovato e cancellato l'elemento, si utilizza una sentinella booleana

```
void CancellaElementoLista(ListaDiElementi *lista, TipoElementoLista elem)
{
  ListaDiElementi prec;    /* puntatore all'elemento precedente */
  ListaDiElementi corr;    /* puntatore all'elemento corrente */
  boolean trovato;        /* usato per terminare la scansione */

  if (*lista != NULL)
    if ((*lista)->info==elem)
        { /* cancella il primo elemento */
            CancellaPrimo(lista);
        }
    else    /* scansione della lista e cancellazione dell'elemento */
            prec = *lista; corr = prec->next; trovato = false;
            while (corr != NULL && !trovato)
              if (corr->info == elem)
                {   /* cancella l'elemento */
                    trovato = true;          /* provoca l'uscita dal ciclo */
                    prec->next = corr->next;
                    free(corr);  }
              else  {
                    prec = prec->next;    /* avanzamento dei due puntatori */
                    corr = corr->next;   }
}
```

Versione ricorsiva:

```
void CancellaElementoLista(ListaDiElementi *lista, TipoElementoLista elem)
{
  if (*lista != NULL)
    if ((*lista)->info== elem)
        { /* cancella il primo elemento */
            CancellaPrimo(lista);
        }
    else   /* cancella elem dal resto */
        CancellaElementoLista(&((*lista)->next), elem);
}
```

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Versione iterativa

- analoga alla cancellazione della prima occorrenza

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Versione iterativa

- analoga alla cancellazione della prima occorrenza
- però, dopo aver trovato e cancellato l'elemento, bisogna continuare la scansione

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Versione iterativa

- analoga alla cancellazione della prima occorrenza
- però, dopo aver trovato e cancellato l'elemento, bisogna continuare la scansione
- ci si ferma solo quando si è arrivati alla fine della lista

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Versione iterativa

- analoga alla cancellazione della prima occorrenza
- però, dopo aver trovato e cancellato l'elemento, bisogna continuare la scansione
- ci si ferma solo quando si è arrivati alla fine della lista

  $\Longrightarrow$ non serve la sentinella booleana per fermare la scansione

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Caratterizzazione induttiva

Sia ris la lista ottenuta cancellando tutte le occorrenze di elem da lista. Allora:

- se lista è la lista vuota, allora ris è la lista vuota (caso base)

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Caratterizzazione induttiva

Sia ris la lista ottenuta cancellando tutte le occorrenze di elem da lista. Allora:

- se lista è la lista vuota, allora ris è la lista vuota (caso base)
- altrimenti, se il primo elemento di lista è uguale ad elem, allora ris è ottenuta da lista cancellando il primo elemento e tutte le occorrenze di elem dal resto di lista (caso ricorsivo)

Cancellazione di tutte le occorrenze di un elemento

Caratterizzazione induttiva

Sia ris la lista ottenuta cancellando tutte le occorrenze di elem da lista. Allora:

- se lista è la lista vuota, allora ris è la lista vuota (caso base)
- altrimenti, se il primo elemento di lista è uguale ad elem, allora ris è ottenuta da lista cancellando il primo elemento e tutte le occorrenze di elem dal resto di lista (caso ricorsivo)
- altrimenti ris è ottenuta da lista cancellando tutte le occorrenze di elem dal resto di lista (caso ricorsivo)

Versione iterativa

```
void CancellaTuttiLista(ListaDiElementi *lista, int  elem)
{
  ListaDiElementi prec;    /* puntatore all'elemento precedente */
  ListaDiElementi corr;    /* puntatore all'elemento corrente */
  boolean trovato = false;
  while ((*lista != NULL) && !trovato)  /* cancella le occorrenze */
    if ((*lista)->info!=elem)           /* di elem in testa       */
        trovato = true;
    else  CancellaPrimo(lista);

   if (*lista != NULL)
        {
            prec = *lista; corr = prec->next;
            while (corr != NULL)
              if (corr->info == elem)
                {   /* cancella l'elemento */
                    prec->next = corr->next;
                    free(corr);
                    corr = prec->next;}
              else  {
                    prec = prec->next;    /* avanzamento dei due puntatori */
                    corr = corr->next;   }
        }
}
```

Versione ricorsiva

```
void CancellaTuttiLista(ListaDiElementi *lista, int elem)
{
  ListaDiElementi aux;

  if (*lista != NULL)
    if ((*lista)->info==elem)
    {                                  /* cancellazione del primo elemento */
      CancellaPrimo(lista);
                               /* cancellazione di elem dal resto della lista */
      CancellaTuttiLista(lista, elem);
    }
    else
      CancellaTuttiLista(&((*lista)->next), elem);
}
```