LMB - Informatica - Prova di esame del 2 Ottobre 2015

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome** e **matricola** (se disponibile) su tutti i fogli.

1. Fornire un controesempio alla congettura che

   "Per ogni A, B, C tali che $B \subseteq A$ e $C \subseteq B$ si ha $A \setminus B \subseteq B \setminus C$".

2. Sapendo che *"indossi il maglione solo se hai freddo"* e che *"non indossi il maglione"*, possiamo concludere che *"non hai freddo"*?
   Motivare la risposta formalizzando gli enunciati.

3. Dimostrare, procedendo per sostituzione, che le seguenti formule proposizionali sono equivalenti:

   (a) $((P \Rightarrow (P \wedge R)) \Rightarrow \neg Q)$

   (b) $(Q \Rightarrow (\neg R \wedge (\neg P \Rightarrow R)))$

4. Senza costruire l'intera tabella di verità, fornire due interpretazioni che dimostrano che la formula
   $$((P \Leftrightarrow Q) \wedge ((Q \wedge R) \Rightarrow (S \Rightarrow (Q \wedge R))))$$
   è soddisfacibile e che non è una tautologia.

5. Formalizzare l'enunciato *"ogni parente di Alice abita a Milano, ma Bruno ha un parente che abita a Torino"* utilizzando le costanti *Alice*, *Bruno*, *Milano* e *Torino* e i simboli di predicato binari $parenteDi(\_,\_)$ e $abitaA(\_,\_)$ interpretati in modo standard sul dominio delle persone e delle città.

6. Dimostrare che le seguenti formule predicative sono logicamente equivalenti:

   (a) $(\forall x . (\exists y . (P(x,y) \Rightarrow \neg Q(x,y))))$

   (b) $\neg\big(\exists x . \big((\forall y . Q(x,y)) \wedge \neg(\exists y . \neg P(x,y))\big)\big)$