

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO
Primo Compitino, 14 Aprile 2015

Cognome Nome:

N. Matricola:

Corso: A B

Esercizio 1. (10 punti)

Sia A un array di n interi distinti. Si consideri il problema di trovare la coppia $A[i], A[j]$, con $i \neq j$, che **minimizza** la differenza in valore assoluto tra coppie di elementi, ovvero di trovare la coppia $A[i], A[j]$ tale che

$$|A[i] - A[j]| \leq |A[k] - A[\ell]|$$

per ogni $1 \leq k, \ell \leq n$ con $k \neq \ell$.

- Progettare un algoritmo efficiente che risolve il problema suddetto e analizzarne la complessità.
- Trovare un limite inferiore per il problema usando la tecnica dell'albero di decisione e discuterne la significatività.

Esercizio 2. (10 punti)

Si considerino le seguenti due equazioni di ricorrenza:

$$\begin{aligned} T(n) &= 8T(n/2) + n \\ T'(n) &= aT'(n/4) + n \end{aligned}$$

con a costante. Risolvere le equazioni, in particolare si risolva la seconda equazione nei seguenti casi: $a < 4$, $a = 4$, $4 < a < 64$, $a = 64$, $a > 64$. Qual è il più piccolo valore di a per cui $T'(n)$ è asintoticamente **superiore** a $T(n)$?

Esercizio 3. (6 punti)

Dato il vettore A di interi

12, 35, 56, 2, 46, 18, 4, 9, 45, 81

mostrare le sue successive trasformazioni applicando la procedura BUILD-MAX-HEAP che costruisce un max-heap a partire da A . In particolare, indicare il contenuto dell'array A al termine di ciascuna iterazione del ciclo `for` nella procedura BUILD-MAX-HEAP.

Esercizio 4. (6 punti)

Riferendosi all'Esercizio 1, si consideri ora il problema di trovare la coppia $A[i], A[j]$, con $i \neq j$, che **massimizza** la differenza in valore assoluto tra coppie di elementi. Descrivere un algoritmo che richiede tempo $O(n)$. L'algoritmo è ottimo?