

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO
Esercitazione scritta del 30/3/2012

Cognome Nome:

N. Matricola:

Esercizio 1. (6 punti) Dato un array di n elementi con ripetizioni, e un elemento k da ricercare, scrivere un algoritmo che restituisca il numero di occorrenze di k la cui complessità di tempo sia $O(\log n)$.

Esercizio 2. (6 punti) Costruire uno heap binario implicito (max-heap) per l'insieme delle chiavi 23, 41, 34, 26, 75, 83, 59. Mostrare gli spostamenti delle chiavi conseguenti all'estrazione dell'elemento massimo.

Esercizio 3. (6 punti) Data la seguente funzione ricorsiva `foo`, trovare la corrispondente relazione di ricorrenza e risolverla utilizzando il teorema principale.

```
foo( n ){
  if ( n <= 1 ) {
    return 1;
  } else {
    tmp = n;
    for ( i = 1; i <= n; i++)
      for ( j = 1; j <= n; j++)
        tmp = tmp * i + j;
    return tmp + foo( n/3 ) + foo( n/3 );
  }
}
```

Esercizio 4. (6 punti) Il problema del BIN PACKING è il seguente:

Dato un insieme finito U di n elementi, ove $s(u)$ è la dimensione di $u \in U$, un intero positivo B e un intero positivo k , è possibile trovare una ripartizione di U in k sottinsiemi disgiunti U_1, U_2, \dots, U_k (detti BIN cioè contenitori di capacità B) tali che la somma delle dimensioni degli elementi in ciascun U_i sia minore o uguale di B ?

Dare un certificato polinomiale per il problema del BIN PACKING, ossia dimostrare che BIN PACKING appartiene alla classe NP.

Esercizio 5. (6 punti) Dimostrare per induzione che in un heap di n elementi le foglie sono $\lceil n/2 \rceil$.